

L-モーメント法による日本海沿岸の高波の 地域頻度解析について

Regional Frequency Analysis of Peaks-over-Threshold Wave Heights along the Japan
Sea Coast with the L -moments method

合田良実¹・久高将信²

Yoshimi GODA and Masanobu KUDAKA

¹土木学会名誉会員 工博 横浜国立大学名誉教授 (株) エコー (〒110-0014 東京都台東区北上野 2-6-4)

²土木学会会員 (株) エコー (〒110-0014 東京都台東区北上野 2-6-4)

Peaks-over-threshold wave heights of eleven stations under NOWPHAS along the Japan Sea coast were analyzed for fitting to extreme distribution functions by means of the L -moment method. The wave data covered the effective duration of 18.0 to 37.2 years with the mean rate of 11 to 15 storm waves per year. Eleven stations were divided into three regions to maintain homogeneity of the data within the region. The wave data in the three region were well fitted by the Weibull distribution with the scale parameter of 1.187, 1.207, and 1.216. The 100-year significant wave height H_{100} varied from 8.29 m at Tottori to 11.20 m at Sakata. The Generalized Pareto (GPA) distribution also exhibited good fitting to the wave data at the three regions with the scale parameter of 0.147, 0.161, and 0.168. The estimated H_{100} varied from 7.71 m at Tottori to 10.27 m at Sakata, but H_{100} at four stations (Setana, Fukaura, Akita, and Hamada) was lower than the maximum significant wave height observed there.

Key Words: *Extreme wave statistics, GPA, Weibull distribution, L-moments, NOWPHAS, regional frequency analysis, return wave height*

1. まえがき

先に著者ら (2009a, 2009b) は極値波浪統計解析に対する L -モーメント法の適用法について検討し, Hosking・Wallis (1997) が取り扱っていないワイブル分布への適用について解説した. そして, 日本沿岸の波浪観測地点のうち8箇所を選び, L -モーメント法を使って確率波高の推定を行った.

しかしながら, Hosking・Wallis (1997) の主点は, 広い地域内の複数地点を極値データの特性が類似する幾つかの小地域に分割し, 小地域に共通する極値分布関数を推定するという, 地域頻度解析 (Regional Frequency Analysis) の手法の提案とその紹介である. そこで本論文においては日本海沿岸の高波を対象として, 地域頻度

解析に基づく確率波高の推定結果を紹介する. L -モーメント法そのものについては, 先の著者らの論文 (2009a) で記述したので, ここでは割愛する.

2. 極値分布関数と L -モーメント比の関係

Hosking (1990) は, 各種の極値分布関数に対する L -モーメント $\lambda_1, \lambda_2, \tau_3$, および τ_4 の理論値ならびに母数の推定式を導いた. この結果は Hosking・Wallis (1997) の解説書にも付録としてまとめられている. そのうちから, 高波の極値統計解析に使用する分布関数に関わるものを以下に再録する. ただし, ワイブル分布については前論文において Greenwood ほか (1979) を参照して独自に導いたものである.

(A) 指数型分布

分布関数 :

$$F(x) = 1 - \exp\{-(x - B)/A\}, \quad B \leq x < \infty \quad (1)$$

確率統計量(quantile) :

$$x = F^{-1}(P) = B - A \ln(1 - P) \quad (2)$$

L-モーメント :

$$\lambda_1 = B + A, \quad \lambda_2 = (1/2)A, \quad \tau_3 = 1/3, \quad \tau_4 = 1/6 \quad (3)$$

母数推定式 :

$$A = 2\lambda_2, \quad B = \lambda_1 - A \quad (4)$$

(B) ガンベル分布 (極値 I 型分布)

分布関数 :

$$F(x) = \exp[-\exp\{-(x - B)/A\}], \quad B \leq x < \infty \quad (5)$$

確率統計量(quantile) :

$$x = F^{-1}(P) = B - A \log(1 - \ln P) \quad (6)$$

L-モーメント :

$$\lambda_1 = B + A\gamma, \quad \lambda_2 = A \ln 2, \quad \tau_3 \cong 0.1699, \quad \tau_4 \cong 0.1504 \quad (7)$$

母数推定式 :

$$A = \lambda_2 / \ln 2, \quad B = \lambda_1 - A\gamma \quad (8)$$

ここに γ はオイラーの定数, 0.5772... である。

(C) 一般化極値分布 (Generalized Extreme-Value Distribution: GEV)

分布関数 :

$$F(x) = \begin{cases} \exp[-\{1 - k(x - B)/A\}^{1/k}], & k > 0: -\infty \leq x < B + A/k \\ \exp[-\exp\{-(x - B)/A\}], & k < 0: B - A/k < x < \infty \\ \exp[-\exp\{-(x - B)/A\}], & k = 0: -\infty < x < \infty \end{cases} \quad (9)$$

確率統計量(quantile) :

$$x = F^{-1}(P) = \begin{cases} B + A\{1 - (-\ln P)^k\}/k, & k \neq 0 \\ B - A \ln(-\ln P), & k = 0 \end{cases} \quad (10)$$

L-モーメント :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= B + A\{1 - \Gamma(1+k)\}/k, \quad \lambda_2 = A(1 - 2^{-k})\Gamma(1+k)/k, \\ \tau_3 &= 2(1 - 3^{-k})/(1 - 2^{-k}) - 3, \\ \tau_4 &= \{5(1 - 4^{-k}) - 10(1 - 3^{-k}) + 6(1 - 2^{-k})\}/(1 - 2^{-k}) \end{aligned} \quad (11)$$

母数推定式 :

$$k \approx 7.8590c + 2.9554c^2, \quad c = \frac{2}{3 + \tau_3} - \frac{\log 2}{\log 3} \quad (12)$$

$$A = \frac{\lambda_2 k}{(1 - 2^{-k})\Gamma(1+k)}, \quad B = \lambda_1 - A\{1 - \Gamma(1+k)\}/k$$

一般化極値分布は, 式 (9) の表現では $k < 0$ のときに極値 II 型分布, $k > 0$ のときに極値 III 型分布となり, 前者では確率統計量が下限値を持ち, 後者では上限値を持つ。また, $k = 0$ のときは極値 I 型分布である。ただし, 高波の極値統計で使われている極値 II 型は式 (9) の形状

母数を $k' = -1/k$ と変換したものに等しい。

なお, 式 (12) における形状母数 k は近似推定式であり, Hosking (1990) が導いたものである。

(D) 一般化パレート分布 (Generalized Pareto Distribution: GPA)

分布関数 :

$$F(x) = \begin{cases} 1 - [1 - k(x - B)/A]^{1/k} & 1 \geq k > 0: B \leq x < B + A/k \\ & k < 0: B \leq x < \infty \\ 1 - \exp\{-(x - \xi)/\alpha\}, & k = 0: B \leq x < \infty \end{cases} \quad (13)$$

確率統計量(quantile) :

$$x = F^{-1}(P) = \begin{cases} B + A\{1 - (1 - P)^k\}/k, & k \neq 0 \\ B - A \ln(1 - P), & k = 0 \end{cases} \quad (14)$$

L-モーメント :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= B + A/(1+k), \quad \lambda_2 = A/\{(1+k)(2+k)\}, \\ \tau_3 &= (1-k)/(3+k), \quad \tau_4 = (1-k)(2-k)/\{(3+k)(4+k)\} \end{aligned} \quad (15)$$

母数推定式 :

$$\begin{aligned} k &= (1 - 3\tau_3)/(1 + \tau_3), \\ A &= (1+k)(2+k)\lambda_2, \quad B = \lambda_1 - (2+k)\lambda_2 \end{aligned} \quad (16)$$

一般化パレート分布は一般化極値分布のような極大・極小値に対する漸近関数ではないけれども, ポアソン分布に従う確率変量のうち, ある閾値を超えるものに着目する場合などを表示するのに適切な分布関数といわれる。北野ほか(2002)は Kodiak 沖の高波データについてこの分布の適用性を検討している。なお, この分布関数の特性等については Coles (2001)などを参照されたい。

(E) ワイブル分布

分布関数 :

$$F(x) = 1 - \exp[-\{(x - B)/A\}^k], \quad B < x < \infty \quad (17)$$

確率統計量(quantile) :

$$x = F^{-1}(P) = B + A\{-\log(1 - P)\}^{1/k} \quad (18)$$

L-モーメント :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= B + A\Gamma(1+1/k), \quad \lambda_2 = A(1 - 2^{-1/k})\Gamma(1+1/k), \\ \tau_3 &= 3 - 2(1 - 3^{-1/k})/(1 - 2^{-1/k}), \\ \tau_4 &= \{5(1 - 4^{-1/k}) - 10(1 - 3^{-1/k}) + 6(1 - 2^{-1/k})\}/(1 - 2^{-1/k}) \end{aligned} \quad (19)$$

母数推定式 :

$$\begin{aligned} k &= 285.3 \lambda_3^6 - 658.6 \lambda_3^5 + 622.8 \lambda_3^4 - 317.2 \lambda_3^3 \\ &\quad + 98.52 \lambda_3^2 - 21.256 \lambda_3 + 3.5160 \end{aligned} \quad (20)$$

$$A = \frac{\lambda_2}{(1-2^{-1/k})\Gamma(1+1/k)}, \quad B = \lambda_1 - A\Gamma(1+1/k) \quad (21)$$

なお、著者ら (2009b) の論文では、その中の表-2に記載した尺度母数の推定式が式 (21) の分子に k を乗じた形となっているけれども、それは校正漏れによる間違いである。ただし、計算結果はすべて式 (21) に基づいているので、訂正の必要はない。

3. 地域頻度解析の手順

(1) 地点毎の L -モーメント比の計算

高波の資料が得られたならば、資料毎に L -モーメントとその比を計算する。この計算には、Hosking が開発した FORTRAN プログラム `lmoments`¹ をベースにしてプログラムを作成し、それを使用する。

この計算の際には、波高の値そのものではなく、地点毎の平均波高で除して無次元化したデータを使用する。これは、地域共通の極値分布を探索するための操作である。

(2) 均質性を満足する地域区分の設定

地域頻度解析では、その地域に含まれる諸地点が同じ母集団に属していると判断されることが必要条件である。すなわち、地域が均質 (homogeneous) でなければならない。まずは、各地点の地理的条件と自然特性を勘案し、さらに分布関数の特性を示す幾つかのパラメータを吟味する。Hosking・Wallis (1997) による地域頻度解析法では、まず地域内の諸地点の L -モーメント比に不一致性が見られないか否かを検討する。このため、各地点の L -CV, L -skewness, および L -kurtosis の三つの量を3次元空間にプロットしたときに、全体の重心から各地点がどれだけ離れているかを表す D_i という値を計算する。この値は地点毎に異なるが、あまり大きな値を示す地点はデータに問題があるか、あるいはその地域に含めるべきでないことを示唆する。 D_i 値は一般に地域内の地点数が増すにつれて大きな値が出やすくなる。そのため、Hosking・Wallis (1997) は D_i に対する閾値を地点数の関数として与えているが、地点数が多くなっても D_i 値が3を超える状況は許容すべきでないとしている。

さらに、次の不均質性 (heterogeneous) 指標 H を用いてその地域が均質であるか否かを検討する。

$$H = \frac{(V - \mu_V)}{\sigma_V} \quad (22)$$

上式中の V は次式で定義される量であり、 μ_V と σ_V は数値シミュレーションによって求められる V の平均値と標準偏差である。

$$V = \left\{ \frac{\sum_{n_i}^N n_i (t^{(i)} - t^R)^2}{\sum_{n_i}^N n_i} \right\}^{1/2} \quad (23)$$

ここに、 N は地点数、 n_i は i 番目の地点のデータ数、 $t^{(i)}$ はその地点の L -モーメント比に係わる統計量、 t^R はその統計量に関してカッパー分布当てはめのシミュレーションで得られた地域平均の値である。

不均質性指標は、3種類の統計量について検討する。第1は、2次の L -モーメントと1次の L -モーメントの比である L -CV (coefficient of L -variation, $\tau = \lambda_2/\lambda_1$) である。すなわち、ある地点の τ の値が他よりも著しくかけ離れていると、その地域は不均質と見なされる。第2の統計量としては、 L -CV と L -skewness の相関プロット図において、ある地点が全体の重心からどれだけ離れているかを検討する。このため、まず地域全体の重心を計算し、それから各地点までの距離を統計量として用いる。第3の統計量としては、 L -kurtosis と L -skewness の相関プロット図における重心からの距離を用いる。

地域が均質であるか否かを判断する不均質性指標の閾値として Hosking・Wallis (1997) は H が1以下であれば均質性に問題はなく、 H が2を超えると不均質である公算が大きいとしている。ただし、その場合でも地点の地理的条件や自然特性が他とあまり変わらなければ問題となる地点のデータを見直し、その地点だけに大きな事象が発生し、同じ日時に他の地点でそうした事象を観測できなかったのであれば、その地点を地域から除外することなく、地域全体としてはそうした事象の発生を受け入れるのがよいとしている。

上記の3種類の統計量のばらつき V が小さいと、不均質性指標 H が負となることもある。それは各地点のデータが相関している場合などであるとしている。

地域頻度解析を行うにあたっては、上記のような諸点を勘案して適切な地域設定を行う必要がある。

(3) 各地域に対する極値分布関数の当てはめ

地域内の各地点の高波資料について計算された L -モーメント比から、まず各地点のデータ数を重みとする地域平均の L -モーメント比を求める。極値分布関数の母数推定は、この地域平均の L -モーメント比を使って行う。この際は、母数が4個あるカッパー分布が資料への適合度がもっとも高くなるので、このカッパー分布の

¹ <http://lib.stat.cmu.edu> からダウンロード可能である。

4 個の母数を推定し、これをその地域の母分布関数であると見なす。そして、このカッパー分布を用いてモンテカルロシミュレーションによって各地点のデータ数に相当する個数の極値を発生させ、それについて L -モーメントとその比を計算する。これらの値はシミュレーション毎に異なるので、500回の試行を行って平均値と標準偏差を求める。そして、この操作を地域内の地点毎に行い、シミュレーションによる重み付き地域平均値と標準偏差を算出する。

分布関数の適合度は L -kurtosis である τ_4 を用いて行う。適合度判定値を Z で表すと、これは次式で算定される

$$Z^{DIST} = (t_4^R - \tau_4^{DIST}) / \sigma_4 \quad (24)$$

ここに、 t_4^R は地域平均の L -kurtosis の値であり、 τ_4^{DIST} はシミュレーションで得られた地域平均の L -skewness を使って分布関数毎に算出される L -kurtosis の値である。 L -skewness と L -kurtosis の間には分布関数毎に一義的な関係があり、前者から後者は容易に計算できる。また、 σ_4 はシミュレーションで得られたカッパー分布の L -kurtosis の標準偏差の地域平均値である。

式 (24) で算定される Z^{DIST} の値がどれだけであれば適合とするかについては、Hosking・Wallis (1997) は正規分布の考え方を準用して 90% 信頼区間に対する $|Z^{DIST}| \leq 1.64$ の基準を示している。ただしこれは一つの目安であり、 Z^{DIST} の値の大小によって適合度の優劣を判定するものではないようである。いずれにしても、地域平均の L -モーメントとその比に基づいて、各分布関数が求められるので、解析者は Z^{DIST} の値を参照しつつ、適切と思われる分布関数を選んで所定の再現期間に対する確率統計量を求めることになる。

(4) 地点毎の確率波高の推定

地域共通の極値分布関数が選定されると、GEV 分布、GPA 分布、およびワイブル分布については形状母数 k 、尺度母数 A 、および位置母数 B が決定される。このうちの形状母数 k は無次元量であり、各地点に対してそのまま適用される。しかし尺度母数 A と位置母数 B は無次元化された波高資料に対して求めたものである。このため、地点毎の極値分布関数は、それぞれの平均波高を尺度母数 A と位置母数 B に乗じて次元量に変換したうえで使用する。

4. 日本海沿岸の高波資料の概要

(1) 地点毎の波浪データの概要

わが国の国土交通省の港湾関係部局では1970年から全

国波浪観測体制を構築しており、24時間連続の波浪観測データ（一部は2時間毎20分観測）が独立行政法人港湾空港技術研究で集中管理されている。この観測体制はNOWPHAS (Nationwide Ocean Wave information network for Port and HarbourS) と呼ばれており、2009年現在は61地点で海底設置型波浪計、11地点でGPSブイによる観測を継続している。

この論文では高波のほとんどが冬季季節風によって発生する日本海沿岸の11地点における高波データを解析した。表一に地点名と高波資料の概要を示す。

表一 検討に用いた高波資料の概要

地点名	観測期間	観測年数	有効統計年数	データ数 [H_c (m)]	最大波高 ($H_{1/3}$) _{max} (m)
留萌	1970-2008	39	37.2	1214 [2.5]	7.83
瀬棚	1980-2008	29	26.3	660 [3.0]	9.43
深浦	1979-2008	30	28.0	779 [3.0]	10.36
秋田	1981-2008	28	22.8	594 [3.0]	8.74
酒田	1970-2008	39	34.4	955 [3.0]	10.65
新潟沖	1989-2008	20	18.4	393 [3.0]	8.48
輪島	1979-2008	30	28.7	658 [3.0]	7.73
金沢	1970-2008	39	32.3	743 [3.0]	8.14
福井	1980-2008	29	18.0	347 [3.0]	7.79
鳥取	1979-2008	30	26.2	542 [3.0]	7.54
浜田	1974-2008	35	29.9	632 [3.0]	7.93

ここに示したのは、有義波高の時系列において各括弧内の波高閾値を超え、波高値が第2閾値 2.0 m を下回るまでの期間を一つの高波とみなし、その間の最大有義波高を極大値波高として定義した高波データである。また有効統計年数というのは、何らかの原因で欠測が生じた期間を日単位で積算し、それを観測年数から年単位で差し引いたものである。したがって、有効統計年数と観測年数の比が測得率を与える。

なお、超音波式波高計で高波時に欠測が生じたケースについては、併設の水圧式センサーの記録を用いて可能な限り補足した。補足が難しかった場合には、その高波の期間を欠測扱いとした。

(2) 極値時系列選定の波高閾値の設定

表一に示した高波データは最初に収集した資料であり、これらについてはさらに波高閾値を 0.5 m ずつ変えて、最適な波高閾値を探索した。すなわち、波高閾値を変える毎に L -モーメント比を計算して、極値分布の母数を推定する。これによって種々の再現期間に対する確率波高を算定するとともに、観測された波高の順位に対応する確率波高を計算する。著者らは先に観測データに

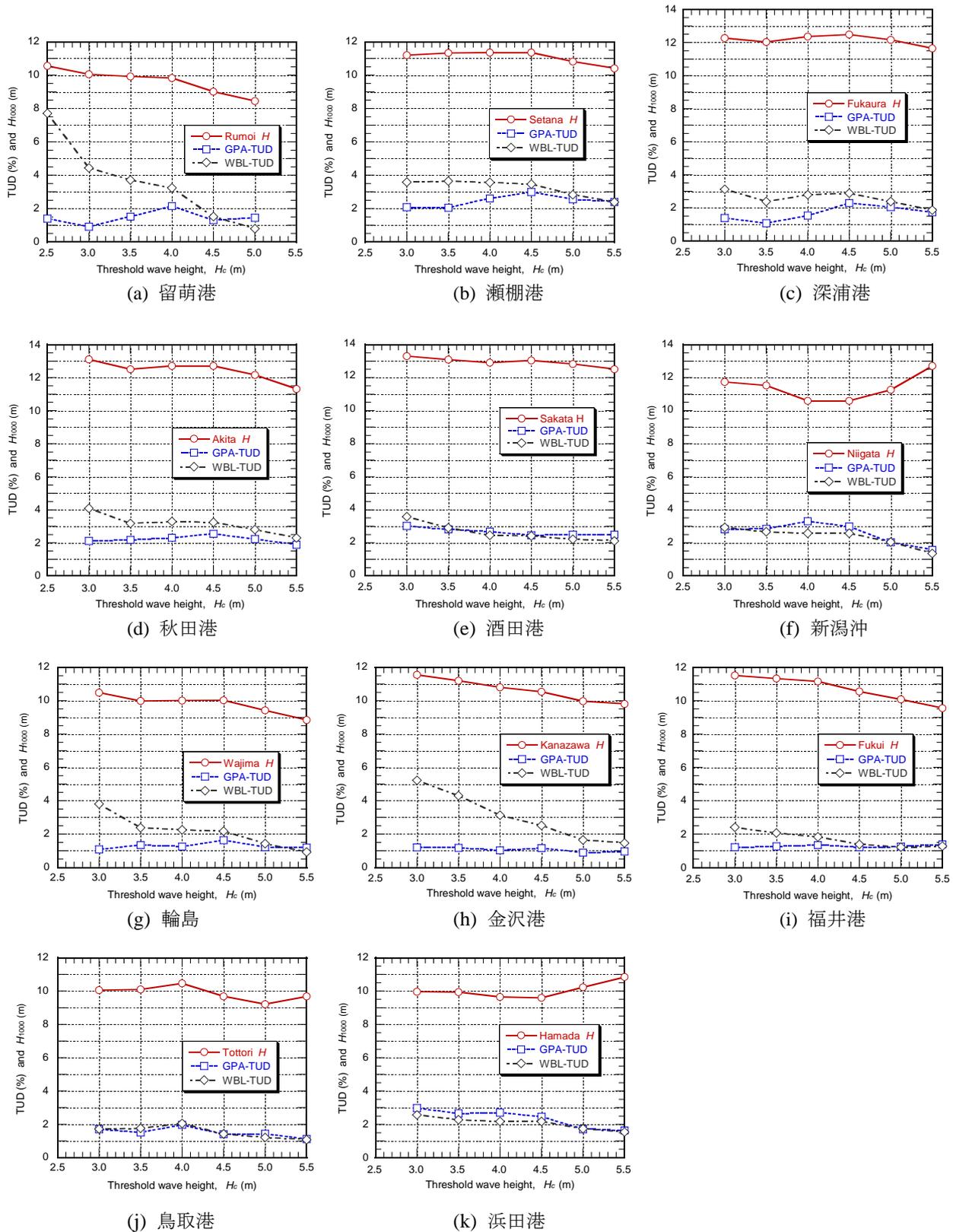


図-1 波高閾値によるTUDと H_{1000} の変化

対する極値分布関数の適合度の指標として、次式に定義するTUD (Tenty-Up Deviation) を提案した。

$$TUD(\%) = \sqrt{\frac{1}{20} \sum_{m=1}^{20} \left(\frac{H_{pred,m} - H_{obs,m}}{H_{obs,m}} \right)^2} \times 100 \quad (25)$$

ここに、 $H_{pred, m}$ は大きい方から m 番目の確率波高、 $H_{obs, m}$ は同じく大きい方から m 番目の観測波高である。すなわち、TUD は上位 20 個の観測波高と確率波高の 2 乗平均偏差である。確率波高を算定するときには、 m 番目の波高の非超過確率を $F_m = 1 - m/N$ として与えた。すなわち、後出の式 (26) において $\alpha = 0, \beta = 0$ としたことに相当する。

極値時系列データの選定のための波高閾値としては、表-1 に示した初期閾値から 0.5 m ずつ段階的に閾値を高めて波高資料を作成し、それぞれについて TUD を求めるとともに、GEV, GPA, およびワイブル分布を当てはめたときの 1000 年確率波高 H_{1000} を算定した。図-1 は 11 地点に対する GPA 分布とワイブル分布の TUD 値、ならびにワイブル分布を当てはめたときの H_{1000} を求めた結果を示したものである。GEV 分布は日本海沿岸の高波に対する適合度が低かったため、これに対する TUD 値は示していない (後出の表-6 参照)。

図-1 の結果では、TUD に関しては GPA 分布のほうがワイブル分布よりも低めの地点が多く、波高資料への適合度がやや高いことを示している。ワイブル分布については波高閾値を高めるにつれて TUD 値が低下する傾向が見られるものの、GPA 分布では波高閾値を変えても TUD 値があまり変化せず、留萌港、瀬棚港、新潟沖その他では波高閾値の中間の値で TUD が増大している。

一方、1000 年確率波高に関しては、留萌港、秋田港、金沢港、福井港、鳥取港など、閾値を 4.5 ~ 5.0 m 以上に高めたときに H_{1000} が低下するケースがある反面、新潟沖や浜田港では波高閾値が大きいときに H_{1000} が増大する傾向もある。

このように、TUD および H_{1000} のいずれをとっても、日本海沿岸の全体を通じて合理的な波高閾値の設定基準を見いだすことがむずかしい。そこで、年間発生率が 10 ~ 15 程度にそろうように、波高閾値を表-2 のように設定した。

表-2 各地点の波高閾値、データ個数その他

地点名	閾値 H_c (m)	データ個数	発生率 λ	平均波高 (m)	標準偏差 (m)	最大波高 (m)
留萌	3.5	554	14.89	4.440	0.790	7.83
瀬棚	4.0	330	12.55	4.989	0.870	9.43
深浦	4.0	408	14.57	5.097	0.971	10.36
秋田	4.0	314	13.77	5.202	1.030	8.74
酒田	4.0	518	15.06	5.249	1.081	10.65
新潟沖	3.5	252	13.70	4.437	0.895	8.48
輪島	4.0	298	10.38	4.934	0.749	7.73
金沢	4.0	387	11.98	5.104	0.889	8.14
福井	3.5	248	13.78	4.594	0.946	7.79
鳥取	3.5	320	12.21	4.346	0.745	7.54
浜田	3.5	400	13.38	4.354	0.755	7.93

この表で明らかのように、極値統計解析に用いた有義波高の平均値は 4.3 ~ 5.2 m、標準偏差が 0.75 ~ 1.08 m、変動係数が $CoV = 0.17 \sim 0.21$ と比較的均

一な資料である。

5. 最小2乗法による極値統計解析

これまでのわが国の高波の極値統計解析では、最小2乗法を用いて極値分布関数の当てはめを行うのが一般的であった。今回の表-2 の高波資料に対して最小2乗法を適用した結果を表-3 に示す。

表-3 最小2乗法による100年確率波高

地点名	適合・棄却判定					100年確率波高 (m)	
	E	F	G	H	I	最適分布	共通分布
留萌	▲	■	■	○	◎	8.15	8.66
瀬棚	○	▲	◇	◎	▼	9.52	9.52
深浦	○	▲	◇	◎	■	10.24	10.24
秋田	▲	■	■	◎	○	10.10	10.10
酒田	○	▲	◇	◎	◇	10.98	10.98
新潟沖	◎	▲	○	◇	▲	9.65	9.07
輪島	▲	■	■	○	◎	8.32	8.76
金沢	■	■	■	■	◎	9.12	9.67
福井	▼	■	▼	◎	○	9.45	9.45
鳥取	◎	■	○	◇	▲	8.64	8.17
浜田	◎	■	◇	○	▲	8.73	8.25

注1: 分布関数の記号は次の通り。

E: FT-I, F: ワイブル ($k = 0.75$), G: ワイブル ($k = 1.0$),
H: ワイブル ($k = 1.4$), I: ワイブル ($k = 2.0$).

注2: 適合・棄却判定の記号は次の通り。

◎: 最適, ○: 次善適合, ◇: 適合

▲: REC基準により棄却, ▼: DOL基準により棄却

■: REC・DOL両基準により棄却

注3: 地域共通分布は、棄却判定地点が最小であるワイブル分布 ($k = 1.4$) としている。

分布関数への適合度は、極大値波高とその基準化変量との間の相関係数の値に基づく MIR 基準によるものであり、棄却判定に使われる REC・DOL 基準と併せて合田 (2008) を参照されたい。また、表-3 の表示は、合田ら (1998, 1999) が 1970 ~ 1998 年までの NOWPHAS データを用いてわが国沿岸の高波の地域共通分布を検討した方式を踏襲している。

6. 地域頻度解析による極値統計解析

(1) 各地点の L-モーメント比の計算結果

表-2 の高波資料について L-モーメント比である $L-CV$, $L-skewness$, および $L-kurtosis$ を計算した結果を表-4 に示す。これらの L-モーメント比は、 $L-CV$ が 0.089 ~ 0.111, $L-skewness$ が 0.225 ~ 0.297, $L-kurtosis$ が 0.093 ~ 0.161 と比較的狭い範囲に分布している。 D_i 値は後出の B, C 地区のものである。これらの L-モーメント比の相互関係を示したのが図-2, 3 であり、前者は $L-CV$ と $L-skewness$ の相関図、後者は $L-kurtosis$ と $L-skewness$ の相関図である。

なお、図-3 にはワイブル分布と GPA 分布における $L-kurtosis$ と $L-skewness$ の理論的關係も示したが、日本海沿岸の 11 地点はこの二つの極値分布関数の

表-4 各地点のL-モーメント比ほか

地点名	データ 個数, N	L -CV	L -skew- ness	L -kurt- osis	D_i
留 萌	554	0.0961	0.2484	0.1136	1.41
瀬 棚	330	0.0921	0.2766	0.1316	0.97
深 浦	408	0.1002	0.2792	0.1377	0.85
秋 田	314	0.1060	0.2676	0.1252	0.23
酒 田	518	0.1093	0.2595	0.1258	0.93
新潟沖	252	0.1054	0.2995	0.1242	1.61
輪 島	298	0.0819	0.2533	0.1207	0.64
金 沢	387	0.0956	0.2248	0.0933	0.83
福 井	248	0.1111	0.2587	0.1149	1.08
鳥 取	320	0.0892	0.2974	0.1612	1.19
浜 田	400	0.0912	0.2786	0.1259	1.27

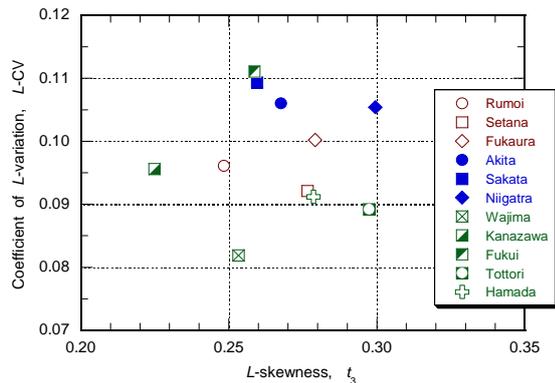


図-2 L -CV と L -skewness の相関図

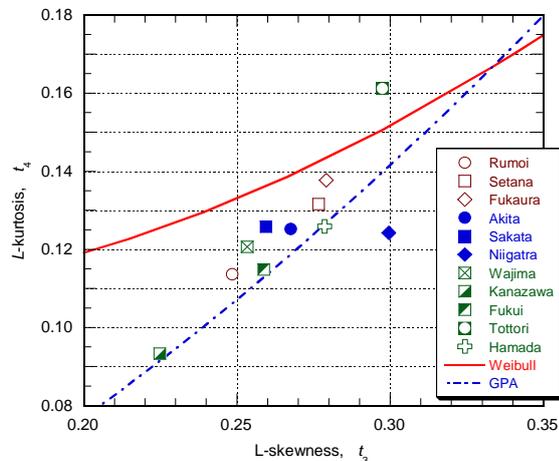


図-3 L -kurtosis と L -skewness の相関図

中間に位置している。

(2) 地域区分の設定

L -モーメント比が図-2, 3に示すような範囲に分布している場合、年最大値資料のようにデータ数が数十程度であれば11地点が均質な一つの地域にすると見なされることが多い。しかし今回のような極大値資料の場合には、均質性の吟味が厳しくなり、不均質性指標 H が許容範囲を超えるケースが増えてくる。今回は、地域区分をいろいろに変えて試算したので、その結果を表-5に記載する。

表-5 地域区分の試行結果

記号	地点名	地域平均L-モーメント比			不均質性指標		
		L -CV	L -skew	L -kurt	$H(1)$	$H(2)$	$H(3)$
A	11地点	0.0980	0.2656	0.1243	5.27	0.46	-0.70
B	北部6地点	0.1014	0.2680	0.1256	2.34	-0.31	-1.25
C	南部5地点	0.0931	0.2621	0.1225	4.49	1.27	0.69
D	留萌, 瀬棚, 深浦	0.0964	0.2653	0.1258	0.27	0.06	-0.19
E	秋田, 酒田, 新潟沖	0.1074	0.2712	0.1252	-0.93	-0.30	-0.83
F	輪島, 金沢, 鳥取, 浜田	0.0900	0.2627	0.1238	1.35	1.43	1.27

地域区分のAは全11地点をひとまとめにしたもので、不均質指標が許容値の2を大きく超えているため、これらを均質な一つの地域として扱うことができない。

地域区分のBは留萌から新潟沖までの6地点を一つの地域とした場合、地域区分のCは輪島から浜田までの5地点を一つの地域としたもので、両区分とも不均質性指標が許容値を超えている。

地域区分のD~Fは地点数を3~4に減らしたもので、これによって L -CVに係わる $H(1)$ を許容値以下に納めることができた。この際、地域区分Fでは均質性のレベルを上げるために福井を除外した。それでも、 L -kurtosisと L -skewnessの関係に係わる $H(3)$ の不均質性指標は許容値以下にはなっていない。

なお、 $H(2)$ と $H(3)$ に関してはどの地域区分でも2未満であって、均質性の条件を満たしており、地域区分に問題はない。したがって、今回の解析では地域区分としてはD~Fを用いることとした。福井については均質性にやや疑問を残すけれども、地域区分Cによる分布関数の当てはめ結果を準用することとした。

(3) 各地域への極値分布関数の当てはめ

表-5に記載した各地域の加重平均 L -モーメント比からGEV分布、GPA分布、およびワイブル分布の3種類の分布関数について、その適合度の指標である Z^{DIST} の値を算出した。その結果は表-6のようになった。

先に3(3)項で紹介したように、Hosking・Wallis (1997)は分布関数の当てはめ許容範囲として、正規分布の90%信頼区間に対する $|Z^{DIST}| \leq 1.64$ の基準を示している。これによれば、GEV分布については Z^{DIST} の値が適合範囲を大きく超えており、日本海沿岸の高波に対する分布関数としては不適格である。一方、GPA分布はどの地域区分でも適用可能であり、ワイブル分布はAとBの地域区分を除けば

適用可能である。したがって、以下においてはこの二つの極値分布を用いて確率波高の検討を進める。

表-6 地域共通分布の適合度 Z^{DIST}

記号	地点名	GEV	GPA	ワイブル
A	11地点	11.92	-1.12	2.37
B	北部6地点	9.37	-0.81	1.82
C	南部5地点	7.90	-0.83	1.61
D	留萌, 瀬棚, 深浦	6.66	-0.84	1.17
E	秋田, 酒田, 新潟沖	6.47	-0.37	1.32
F	輪島, 金沢, 鳥取, 浜田	7.02	-0.85	1.33

表-7 地域共通分布の母数推定値

地域 記号	ワイブル分布			GPA分布		
	k	A	B	k	A	B
A	1.206	0.2387	0.7758	0.1606	0.2458	0.7882
B	1.198	0.2458	0.7692	0.1546	0.2523	0.7815
D	1.207	0.2348	0.7794	0.1612	0.2418	0.7917
E	1.187	0.2574	0.7571	0.1467	0.2644	0.7694
F	1.216	0.2209	0.7929	0.1678	0.2277	0.8050
C	1.219	0.2291	0.7854	0.1693	0.2364	0.7980

地域共通分布としてのワイブル分布とGPA分布の母数推定値は表-7に示すようになった。こうして当てはめた極値分布と各地点の波高データとの比較を図-4~7に示す。図-4は留萌, 瀬棚, 深浦のD地域, 図-5は秋田, 酒田, 新潟沖のE地域, 図-6は輪島, 金沢, 鳥取, 浜田のF地域, 図-7はこれに福井を加えたC地域である。

個々の波高データは, 降順に並べ替えてその順位 m を定め, 式(26)を用いて非超過確率 F_m を計算し, それを用いて相当する再現期間 R_m を算定した。

$$F_m = 1 - \frac{m + \alpha}{N + \beta} \quad : \quad \alpha = 0, \beta = 0 \quad (26)$$

$$R_m = \frac{1}{\lambda(1 - F_m)} \quad (27)$$

プロットインゴポジションの定数を $\alpha=0, \beta=0$ としたのはHosking・Wallis(1997)によるものであり, L -モーメントも $\alpha=0, \beta=0$ として計算している。Hosking・Wallis(1997)は $\alpha=-0.35$ とする方式も示しているが, その場合には各波高の表示位置が右へずれる。たとえば留萌の場合, 第1位のデータは37.2年の位置にあるが, もし $\alpha=-0.35$ を使うとプロットインゴポジションを使うと再現期間 $R_1=57.2$ 年の位置に表示される。その結果, 上位のデータが共通分布よりも右側へずれるような形になる。

図-4~7ではグラフ上の点の輻輳を避けるため, 第21位以下の波高データを適宜間引いている。各地点の波高データは当てはめられたワイブル分布やGPA分布の周りに分散しているが, 全体としては極値分布に適合しているといえよう。ただし, 福井港を含めた図-7の場合には, 福井港のデータが他の4地点から外れた位置にあり, 表-5で不均質指

標 $H(1)$ が許容値を超えることに対応している。

極値分において形状母数 k の値が小さくなると, 極値分布の右側が裾を長く引きずる, すなわち波高の大きな極値が出やすくなる。これはワイブル分布

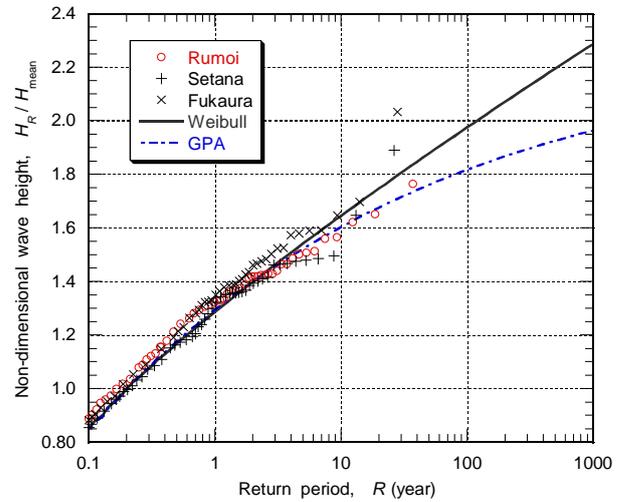


図-4 地域Dに対する極値分布の当てはめ

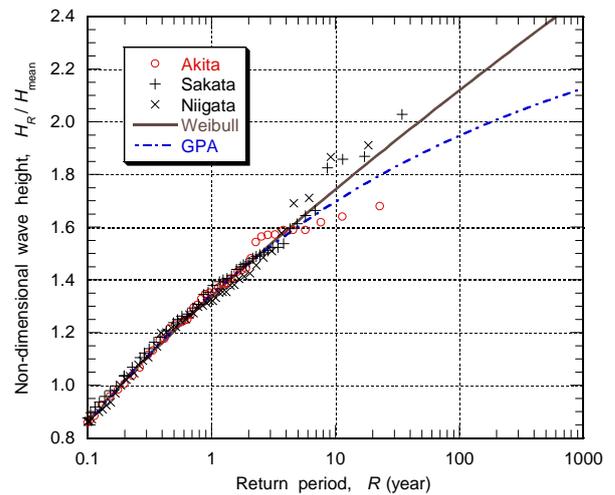


図-5 地域Eに対する極値分布の当てはめ

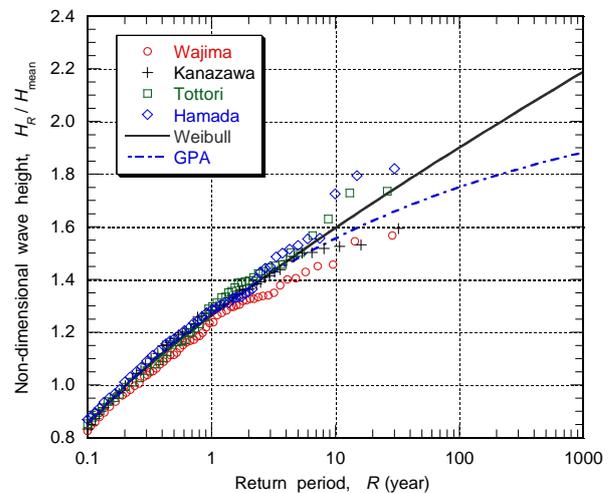


図-6 地域Fに対する極値分布の当てはめ

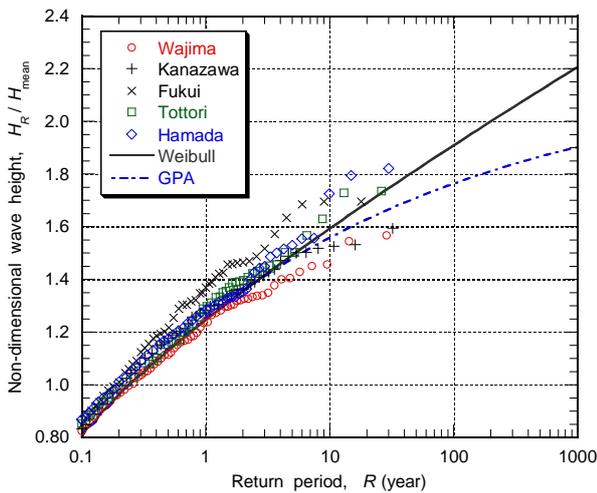


図-7 地域Cに対する極値分布の当てはめ

も GPA 分布も同じである。一方、尺度母数 A はこの値が大きいほど高い極値が出やすくなる。表-7の結果では、地域Eが大きな波高が出る確率が高く、地域Fはそうした確率がやや低めである。しかしながら、地域区分による差異はむしろ小さなものであり、均質性に問題があるとはいえ、日本海沿岸全体に形状母数が $k=1.2$ のワイブル分布を当てはめることが可能であろう。

(4) 各地点の母数値の推定結果

前項の母数推定値はいずれも無次元値であり、実際の確率波高を推定するには尺度・位置母数に各地点の平均波高を乗じて次元量に戻す必要がある。表-8, 9はこうした操作を行ってワイブル分布と GPA 分布の母数を推定した結果である。「地域」の欄は地域共通の分布から推定した母数値であり、「単独」の欄は表-4に記載した各地点の L -モーメント比を用い、式(15), (20), および(21)によって母数値を求めたものである。なお、福井港のデータは他地点との特性が異なって地域割りができなかったけれども、地理的にF地域を包含するC地域の母数推定値が福井港にも適用できるとみなし、地域共通分布の母数値を与えている。

地点単独と共通分布の母数値の差は比較的小さいが、新潟沖、金沢港、鳥取港ではやや違いが目立ち特に GPA 分布の形状母数の差が大きい。ワイブル分布の位置母数は、理論的に極大値データを定義するときの波高閾値以下のはずであるが、共通分布による金沢港の位置母数は $B = 4.047 \text{ m}$ であって、閾値の $H_c = 4.0 \text{ m}$ よりも大きくなっている。このため、 $H = 4.0 \sim 4.047 \text{ m}$ の範囲の波高が切り捨てられる形となるが、再現期間の大きな波高についてはほとんど影響を与えない。

表-8 ワイブル分布の母数推定値

地点名	区域	形状母数 k		尺度母数 A		位置母数 B	
		地域	単独	地域	単独	地域	単独
留萌	D	1.207	1.269	1.043	1.092	3.461	3.427
瀬棚	D	1.207	1.169	1.171	1.084	3.888	3.962
深浦	D	1.207	1.160	1.197	1.196	3.972	3.962
秋田	E	1.187	1.199	1.339	1.336	3.938	3.946
酒田	E	1.187	1.228	1.351	1.421	3.974	3.920
新潟沖	E	1.187	1.095	1.142	1.032	3.359	3.440
輪島	F	1.216	1.251	1.090	1.020	3.912	3.985
金沢	F	1.216	1.362	1.127	1.336	4.047	3.881
福井	C	1.219	1.231	1.052	1.268	3.608	3.410
鳥取	F	1.216	1.102	0.960	0.861	3.446	3.516
浜田	F	1.216	1.162	0.962	0.931	3.452	3.471

表-9 GPA分布の母数推定値

地点名	区域	形状母数 k		尺度母数 A		位置母数 B	
		地域	単独	地域	単独	地域	単独
留萌	D	0.1612	0.2042	1.074	1.132	3.515	3.500
瀬棚	D	0.1612	0.1333	1.206	1.111	3.950	3.962
深浦	D	0.1612	0.1269	1.232	1.196	4.035	3.962
秋田	E	0.1467	0.1555	1.375	1.374	4.002	4.013
酒田	E	0.1467	0.1758	1.388	1.467	4.039	4.000
新潟沖	E	0.1467	0.0781	1.173	1.047	3.414	3.465
輪島	F	0.1678	0.1917	1.123	1.055	3.972	4.049
金沢	F	0.1678	0.2659	1.162	1.399	4.109	3.999
福井	C	0.1693	0.1779	1.085	1.309	3.666	3.483
鳥取	F	0.1678	0.0830	0.990	0.874	3.499	3.539
浜田	F	0.1678	0.1284	0.991	0.953	3.505	3.509

(5) 各地点の確率波高の推定結果

上記の母数値を持つワイブル分布ならびに GPA 分布を用いて種々の再現期間に対する確率有義波高を推定した結果を表-10, 11に掲載する。再現期間1000年に対する推定波高というのは信頼性が低いであろうが、分布関数の特性を表示する目的で記載したものである。

表-10, 11の結果を見比べると、GPA分布を当てはめたときの確率波高がワイブル分布のときよりもかなり低めであり、特に再現期間が長くなったときにその差が拡大する。波高の数値に黄色マークを付したものは、100確率波高が観測最大波高よりも小さいケースを示している。こうした GPA 分布の傾向は、式(13)で示したように、この分布が $H_{\text{upper}} = B + A/k$ という理論的上限值を持つことに起因する。

表-10, 11に掲載した地域共通および単独当てはめの分布関数を観測波高と比較したのが図-8~18である。ワイブル分布と GPA 分布の両者について、地域共通分布 (region) と単独当てはめ (single) の結果を示しているの、合計4通りの分布である。なお、個々の波高データの再現期間は式(26), (27)で求めたものである。第1位の波高の再現期間は、表-1に示した有効統計年数に等しい。

表-10 ワイブル分布当てはめによる確率波高

地点名	区域	確率波高 $H_{1/3}$ (m)					最大波高
		1年	10年	50年	100年	1000年	
留萌	D	5.84	7.42	8.45	8.88	10.26	7.83
瀬棚	D	6.42	8.21	9.38	9.86	11.41	9.43
深浦	D	6.69	8.50	9.68	10.17	11.76	10.36
秋田	E	6.97	9.07	10.45	11.03	12.89	8.74
酒田	E	7.12	9.23	10.62	11.20	13.08	10.65
新潟沖	E	5.94	7.73	8.91	9.40	10.99	8.48
輪島	F	6.11	7.76	8.83	9.28	10.70	7.73
金沢	F	6.44	8.13	9.23	9.69	11.16	8.14
福井	C	5.94	7.50	8.52	8.94	10.30	7.79
鳥取	F	5.49	6.94	7.87	8.26	9.51	7.54
浜田	F	5.56	7.00	7.94	8.33	9.57	7.93

表-11 GPA分布当てはめによる確率波高

地点名	区域	確率波高 $H_{1/3}$ (m)					最大波高
		1年	10年	50年	100年	1000年	
留萌	D	5.87	7.20	7.88	8.12	8.76	7.83
瀬棚	D	6.46	8.00	8.78	9.06	9.80	9.43
深浦	D	6.73	8.26	9.04	9.32	10.05	10.36
秋田	E	7.01	8.83	9.78	10.13	11.06	8.74
酒田	E	7.15	8.97	9.92	10.27	11.19	10.65
新潟沖	E	5.97	7.52	8.34	8.64	9.43	8.48
輪島	F	6.15	7.60	8.32	8.58	9.25	7.73
金沢	F	6.48	7.93	8.67	8.93	9.60	8.14
福井	C	5.97	7.29	7.96	8.19	8.80	7.79
鳥取	F	5.53	6.76	7.39	7.61	8.18	7.54
浜田	F	5.60	6.82	7.43	7.65	8.21	7.93

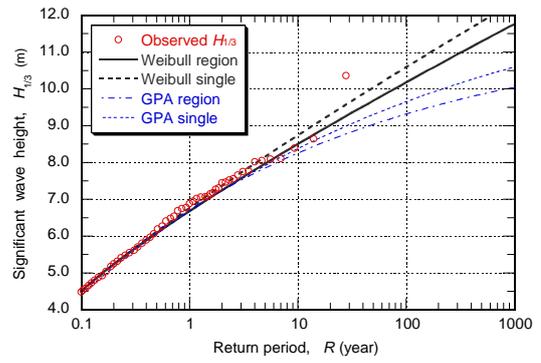


図-10 深浦港の観測波高に対する極値分布当てはめ

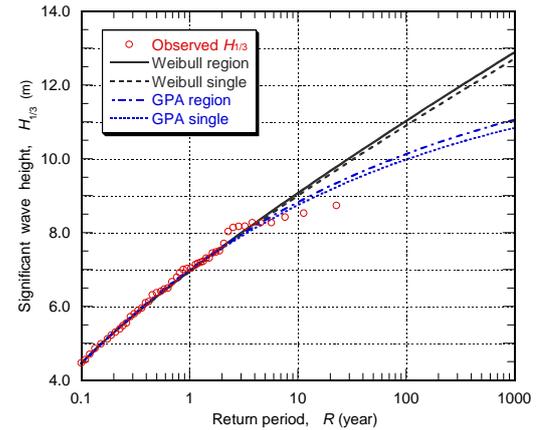


図-11 秋田港の観測波高に対する極値分布当てはめ

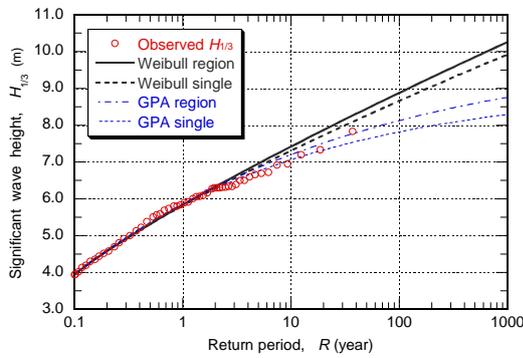


図-8 留萌港の観測波高に対する極値分布当てはめ

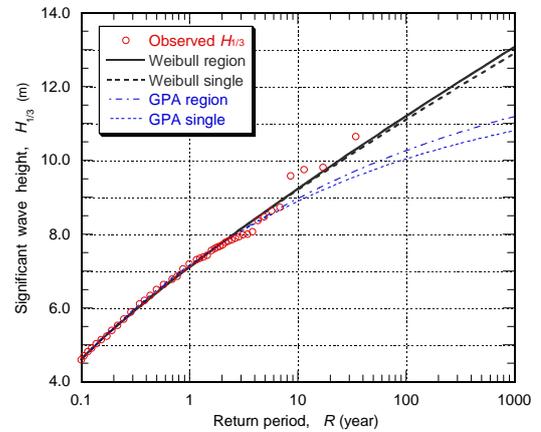


図-12 酒田港の観測波高に対する極値分布当てはめ

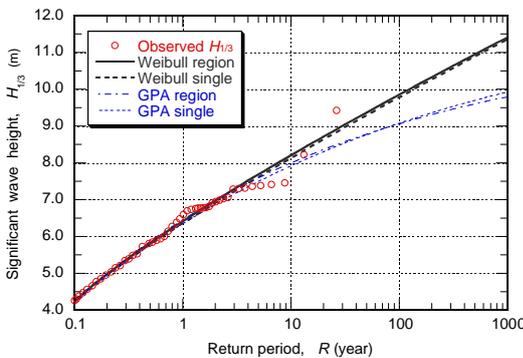


図-9 瀬棚港の観測波高に対する極値分布当てはめ

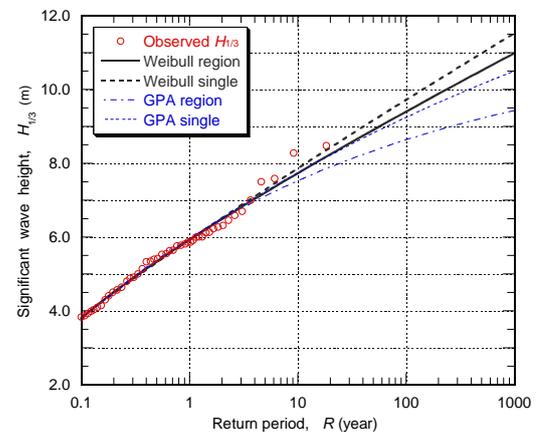


図-13 新潟沖の観測波高に対する極値分布当てはめ

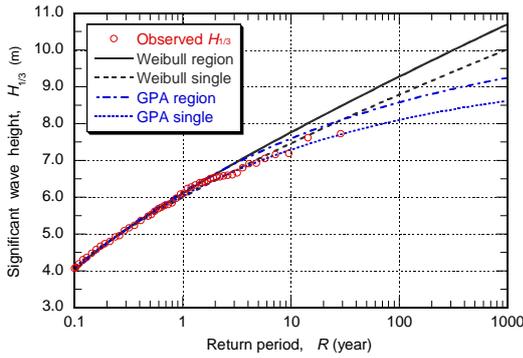


図-14 輪島港の観測波高に対する極値分布当てはめ

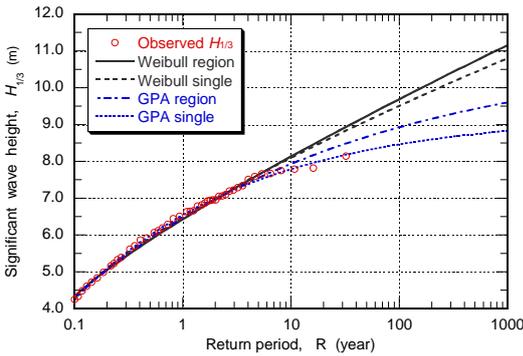


図-15 金沢港の観測波高に対する極値分布当てはめ

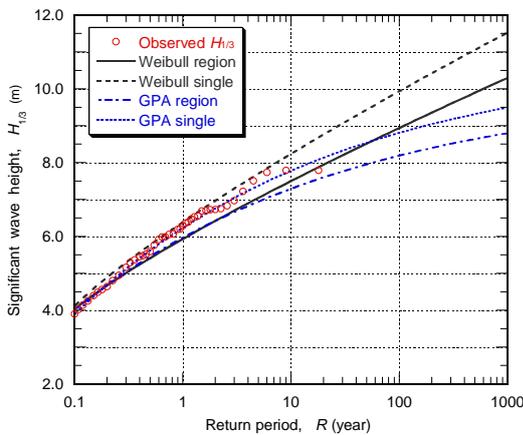


図-16 福井港の観測波高に対する極値分布当てはめ

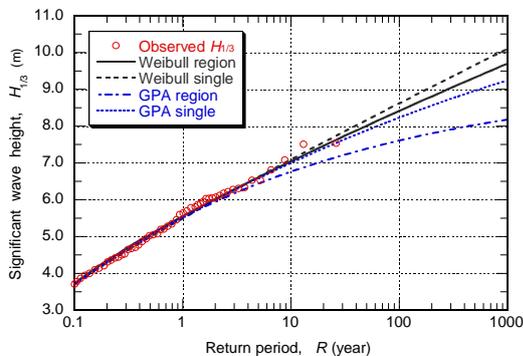


図-17 鳥取港の観測波高に対する極値分布当てはめ

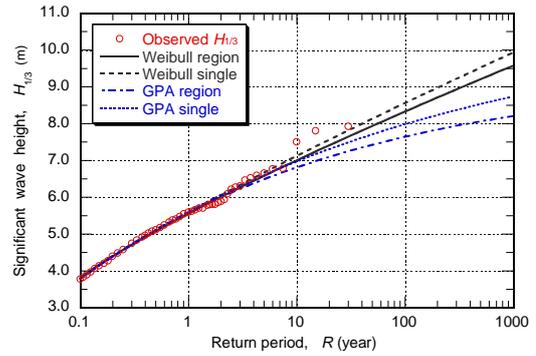


図-18 浜田港の観測波高に対する極値分布当てはめ

図-8~18では、地域共通分布と単独当てはめの分布は地点によってほとんど変わらないケースもあり、また福井港のようにかなり異なるケースもある。所定の再現期間に対する確率波高は、全般にワイブル分布のほうがGPA分布よりも大きくなる。

地点単独に当てはめられた分布は、その地点の観測波高データに最適するように選ばれているので、地域共通分布よりも適合度が高く、それは当然の結果である。観測データとの適合具合は、上位数個のデータとのずれで印象づけられるが、そうした視察によって単独当てはめのワイブル分布がよく適合しているのは、瀬棚、深浦、酒田、浜田の4地点であり、GPA分布の適合度がよいのは留萌、秋田、金沢の3地点である。残りの新潟沖、輪島、福井、鳥取4地点は両分布ともに同程度の適合具合である。

こうしたワイブル分布とGPA分布の適合度の優劣は図-1の波高閾値によるTUDの変化でもある程度判断できる。

一方、地域共通分布は各地点の波高データからかなりずれる場合がある。これは既に図-4~7で示したように、地域内の複数地点の無次元波高データのばらつきをまとめるような関数を地域共通の分布関数として選択する以上、必然の結果である。すなわち、地域頻度解析法は単独の観測資料に基づくのではなく、地域全体の資料を総合した共通の極値分布を見いだそうとする手法である。Van Gelderほか(2000)は、地域頻度解析の特徴を「時間を空間で代替する」(trading space for time)と説明している。

日本海沿岸の高波の極値分布としては、ワイブル分布とGPA分布の両方の可能性がある。しかし、後者は再現期間が長くなるにつれて確率波高が頭打ちとなる特性があり、また表-11に示したように有効統計年数18~37年間の観測最大波高が100年確率波高を上回る地点が4箇所も出現するようでは、GPA分布の選択をためらわざるを得ない。構造物設計の立場からは、構造物の安全性を重視し、ワイブル分布を採択するのが適切と考えられる。

なお、表-10に示した確率波高と最小2乗法を用いて推定した表-3の100年確率波高を比べると、全体として後者のほうがやや低めである。これは最小2乗法による極値統計解析では形状母数として $k=0.75, 1.0, 1.4, \text{および} 2.0$ という離散的な値しか取り

扱えないため、結果として $k=1.4$ のワイブル分布をあてはめたことによるものである。

7. 今後の検討課題

今回の検討は、地域頻度解析手法をわが国の高波統計に適用した最初の事例であり、また年最大値ではなく、極値時系列データを取り扱った点に特徴がある。わが国の確率降水量については外山・水野(2002)が全国約860地点を解析しているが、対象は年最大値資料である。高波に関してはvan Gelderほか(2000)がオランダ沿岸の9地点の極大値資料を解析しているが、データ数が23~72と小さな標本であり、ワイブル分布は当てはめの候補として取り上げられていない。

また、Maほか(2006)はNOAAのNational Data Buoy Centerが運営するアメリカ西海岸沖の7地点の波浪データを使った地域頻度解析を行っている。統計期間は7~15年で、極大値資料であるがデータ数が30~52と小さな標本であり、ワイブル分布は取り上げられていない。

今回の検討を通じて浮かび上がった課題は次のようなものである。

- 1) 極値時系列を定義するときの波高閾値の選定が試行錯誤によらざるを得ない。日本海沿岸では台風系の高波の頻度が低いため、母集団の区分けの必要性が少なかったけれども、太平洋沿岸などでは高波を台風系と低気圧系とに分けた上で波高閾値の選定を工夫する必要がある。
- 2) L -モーメント法を用いるとデータに当てはめる極値分布の母数が一義的に推定できるため、使い勝手がよい。しかしながら、母集団の分布関数をどれだけの確に推定できるのかについての情報が不足している。大規模な数値シミュレーションを行って L -モーメント法の不偏性(母集団の特性との一致度)と有効性(推定値のばらつき)の度合いを調べておく必要がある。
- 3) 今回は確率波高の信頼区間について検討していない。Hoskingが開発したFORTRANプログラムには信頼区間を調べるためのシミュレーションプログラムも記載されているので、いずれその利用を図っていきたい。

8. まとめ

日本海沿岸のNOWPHASデータベースから観測期間が長い11地点を選び、地域頻度解析手法を用いて各地点の確率波高を算定した。得られた主要な結論は以下の通りである。

- a) 留萌港から浜田港までの日本海沿岸の高波の極値分布は、大局的には形状母数が $k=1.20$ のワイブル分布でほぼ表示可能である。しかしながら、留萌、瀬棚、深浦については形状母数が $k=1.206$ 、秋田、酒田、新潟沖については形状母

数が $k=1.187$ 、輪島、金沢、鳥取、浜田については形状母数が $k=1.216$ 、福井については形状母数が $k=1.219$ のワイブル分布をあてはめるほうが適切である。

- b) 各地点の確率波高が推定された。100年確率波高は酒田が最大で11.2m、最小は鳥取の8.3mであり、沿岸に沿ってなだらかに変化する。
- c) 極値分布としては一般化パレート分布(GPA)のほうがワイブル分布よりもデータに対する適合度がやや高い。しかしながら、GPA分布は理論的上限値を持ち、高波の極値が頭打ちとなる傾向がある。今回検討した11地点のうち4地点で観測最大有義波高がGPA分布による100年確率波高を上回っており、設計波高選定のための極値分布として適切とは思われない。
- d) これまで使われてきた最小2乗法による統計解析では、共通分布として $k=1.4$ のワイブル分布が推奨されるが、確率波高は地域頻度解析手法に基づく値よりもやや低めである。
- e) L -モーメント法は極値分布の母数値を直截に推定でき、計算が比較的簡単な長所がある。ただし、この方法による信頼性についてはさらに検討する必要がある。

謝辞

本論文で使用した高波のデータは港湾空港技術研究所で所管しているNOWPHASのデータベースに基づくものであり、データ使用を承認して下さった河合弘泰 海洋情報研究領域長のご厚意に深謝する次第である。

参考文献

- 北野利一・間瀬 肇・喜岡 渉・矢野陽一郎(2002): 一般化パレート分布による極値波浪解析—拡張形状母数の推定—, 海岸工学論文集, 第49巻, pp. 161-165.
- 合田良実(2008): 「耐波工学—港湾・海岸構造物の耐波設計—」, 鹿島出版会, 第13章, pp. 347-354.
- 合田良実・小長谷 修・永井紀彦(1998): 極値波浪統計の母分布関数に関する実証的研究, 海岸工学論文集, 第45巻, pp. 211-215.
- 合田良実・竹下直樹・永井紀彦(1999): 太平洋南岸の極値波高の母分布関数について, 海洋開発論文集, Vol. 15, 土木学会海洋開発委員会, pp. 327-331.
- 合田良実・久高将信(2009a): 高波の極値統計解析に対する L -moments法の適用と分布関数の選択について, ECOH/YG 技術論文 No. 10, 2009年5月7日, 12p.
- 合田良実・久高将信・河合弘泰(2009b): L -moments法を用いた波浪の極値統計解析について, 海岸工学論文集, 第56巻, pp. 161-165.
- 外山奈央子・水野 量(2002): L -momentsを用いた地域頻度解析による全国アメダス地点における確率降水量の推定, 気象庁研究時報, 54巻 5-6号合併号, pp. 55-100.
- Coles, S. (2001): *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer, 208p.

- Greenwood, J. A., Landwehr, J. M., Matalas, N. C., and J. R. Wallis (1978): Probability weighted moments: Definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form, *Water Resources Res.*, Vol. 15, No. 5, pp. 1049-1064.
- Hosking, J. R. M. (1990): *L*-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics, *J. Roy. Statistical Soc., Series B*, **52**, pp. 105-24.
- Hosking, J. R. M. and J. R. Wallis (1997): "*Regional Frequency Analysis*," Cambridge Univ. Press, 224p.
- Ma, Q.-S., Y.-B. Li, and J. Li (2006): Regional frequency analysis of significant wave heights based on *L*-moments, *China Ocean Engineering*, Vol. 20, No. 1, pp. 85-98.
- van Gelder, P. H. A. J. M., J. De Ronde, N. W. Neykov, and P. Neytchev (2000): Regional frequency analysis of extreme wave heights: trading space for time, *Coastal Engineering 2000 (Proc. 26th ICCE, Sydney)*, ASCE, pp. 1099-1112.