

L-モーメント法による日本海沿岸の高波の 地域頻度解析について（その2）

Regional Frequency Analysis of Peaks-over-Threshold Wave Heights along the Japan
Sea Coast with the *L*-moments method

合田良実¹・久高将信²

Yoshimi GODA and Masanobu KUDAKA

¹土木学会名誉会員 工博 横浜国立大学名誉教授 (株) エコー (〒110-0014 東京都台東区北上野 2-6-4)

²土木学会会員 (株) エコー (〒110-0014 東京都台東区北上野 2-6-4)

Peaks-over-threshold wave heights of eleven stations under NOWPHAS along the Japan Sea coast were analyzed for fitting to extreme distribution functions by means of the *L*-moments method in which a new plotting position formula by Goda (2010) was employed. The wave data covered the effective duration of 18.0 to 37.2 years with the mean rate of 11 to 15 storm waves per year. Eleven stations were divided into two regions to maintain homogeneity of the data within the region. The wave data in the two regions were well fitted by the Weibull distribution with the scale parameter of 1.202 and 1.224. The 100-year significant wave height H_{100} varied from 8.37 m at Tottori to 10.74 m at Sakata. The Generalized Pareto (GPA) distribution also exhibited good fitting to the wave data at the two regions with the scale parameter of 0.158 and 0.173. The estimated H_{100} varied from 7.68 m at Tottori to 9.84 m at Sakata, but H_{100} at five stations (Setana, Fukaura, Sakata, Niigata, and Hamada) was lower than the maximum significant wave height observed there.

Key Words: *Extreme wave statistics, GPA distribution, Weibull distribution, L-moments, NOWPHAS, regional frequency analysis, return wave height*

1. まえがき

先に合田・久高 (2009) は極値波浪統計解析に対する *L*-モーメント法の適用法について検討し, Hosking・Wallis (1997) が取り扱っていないワイブル分布への適用について解説した。合田ら (2009) は日本沿岸の波浪観測地点のうち8箇所を選び, *L*-モーメント法を使って確率波高の推定を行った。さらに合田・久高 (2010) は, Hosking・Wallis (1997) が提唱する地域頻度解析 (Regional Frequency Analysis) の手法を日本海沿岸の高波に適用し, 確率波高の推定を行った。その推定作業では, *L*-モーメントを計算するときのプロットングポジションとして Hosking・Wallis (1997) がいうところの不偏公式を使用していた。

プロットングポジションというのは, 極値データを大きさの順に並べ替えたとき, それぞれのデータの非超過確率 P_i を経験的に与えるもので, 具体的には次式を用いて算定する。

$$P_i = \frac{i - \alpha}{n + \beta} \quad (1)$$

ここに, i は昇順に並べ替えられた極値データの順位, n は極値データの総数, すなわち標本の大きさである。式 (1) の定数 α, β をともに 0 としたのが不偏公式である。ただし, そのようにすると $i = n$ の標本中の最大値に対する非超過確率が 1.0 となり, そのデータに相当する確率統計量が計算できなくなってしまう。

その後合田 (2010) は大規模な数値実験に基づく検

討を行い, $\alpha=0.45, \beta=0$ とすることにより, 確率統計量の推計値の偏りを小さくできることを明らかにした. そこで, この新しいプロットングポジション公式を用い, 前論文(合田・久高2010)と同じ波浪データを用いて日本海沿岸の確率波高を再度推計したのが本論文である. また, 地域分割の指標についても新たな提案があるので, それに従って日本海沿岸の地域区分を改めている. 計算結果は100年確率波高などが若干小さく推計されている. 前論文と対比して頂ければ, プロットングポジション公式による差異が明らかになる.

L-モーメント法そのものについては, 合田・久高(2009)に詳述されているので, ここでは割愛する.

2. 極値分布関数とL-モーメント比の関係

Hosking(1990)は, 各種の極値分布関数に対するL-モーメント $\lambda_1, \lambda_2, \tau_3$, および τ_4 の理論値ならびに母数の推定式を導いた. この結果はHosking・Wallis(1997)の解説書にも付録としてまとめられている. そのうちから, 高波の極値統計解析に使用する分布関数に関わるものを以下に再録する. ただしワイブル分布については, 前論文においてGreenwoodほか(1979)を参照して独自に導いたものを示す.

(A) 指数型分布

1) 分布関数:

$$F(x) = 1 - \exp\{-(x-B)/A\}, \quad B \leq x < \infty \quad (1)$$

2) 確率統計量(quantile):

$$x = F^{-1}(P) = B - A \ln(1-P) \quad (2)$$

3) L-モーメント:

$$\lambda_1 = B + A, \quad \lambda_2 = (1/2)A, \quad \tau_3 = 1/3, \quad \tau_4 = 1/6 \quad (3)$$

4) 母数推定式:

$$A = 2\lambda_2, \quad B = \lambda_1 - A \quad (4)$$

(B) ガンベル分布(極値型分布)

1) 分布関数:

$$F(x) = \exp[-\exp\{-(x-B)/A\}], \quad B \leq x < \infty \quad (5)$$

2) 確率統計量(quantile):

$$x = F^{-1}(P) = B - A \log(1 - \ln P) \quad (6)$$

3) L-モーメント:

$$\lambda_1 = B + A\gamma, \quad \lambda_2 = A \ln 2, \quad \tau_3 \cong 0.1699, \quad \tau_4 \cong 0.1504 \quad (7)$$

4) 母数推定式:

$$A = \lambda_2 / \ln 2, \quad B = \lambda_1 - A\gamma \quad (8)$$

ここに γ はオイラーの定数, 0.5772...である.

(C) 一般化極値分布 (Generalized Extreme-Value Distribution: GEV)

1) 分布関数:

$$F(x) = \begin{cases} \exp[-\{1 - k(x-B)/A\}^{1/k}], & k > 0: -\infty \leq x < B + A/k \\ & k < 0: B - A/k < x < \infty \\ \exp[-\exp\{-(x-B)/A\}], & k = 0: -\infty < x < \infty \end{cases} \quad (9)$$

2) 確率統計量(quantile):

$$x = F^{-1}(P) = \begin{cases} B + A\{1 - (-\ln P)^k\}/k, & k \neq 0 \\ B - A \ln(-\ln P), & k = 0 \end{cases} \quad (10)$$

3) L-モーメント:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= B + A\{1 - \Gamma(1+k)\}/k, & \lambda_2 &= A(1 - 2^{-k})\Gamma(1+k)/k, \\ \tau_3 &= 2(1 - 3^{-k})/(1 - 2^{-k}) - 3, \\ \tau_4 &= \{5(1 - 4^{-k}) - 10(1 - 3^{-k}) + 6(1 - 2^{-k})\}/(1 - 2^{-k}) \end{aligned} \quad (11)$$

4) 母数推定式:

$$k \approx 7.8590c + 2.9554c^2, \quad c = \frac{2}{3 + \tau_3} - \frac{\log 2}{\log 3} \quad (12)$$

$$A = \frac{\lambda_2 k}{(1 - 2^{-k})\Gamma(1+k)}, \quad B = \lambda_1 - A\{1 - \Gamma(1+k)\}/k$$

一般化極値分布は, 式(9)の表現では $k < 0$ のときに極値II型分布, $k > 0$ のときに極値III型分布となり, 前者では確率統計量が下限値を持ち, 後者では上限値を持つ. また, $k = 0$ のときは極値I型分布である. ただし, 高波の極値統計で使われている極値II型は式(9)の形状母数を $k^* = -1/k$ と変換したものに等しい.

なお, 式(12)における形状母数 k は近似推定式であり, Hosking(1990)が導いたものである.

(D) 一般化パレート分布 (Generalized Pareto Distribution: GPA)

1) 分布関数:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - [1 - k(x-B)/A]^{1/k} & 1 \geq k > 0: B \leq x < B + A/k \\ & k < 0: B \leq x < \infty \\ 1 - \exp\{-(x-\zeta)/\alpha\}, & k = 0: B \leq x < \infty \end{cases} \quad (13)$$

2) 確率統計量(quantile):

$$x = F^{-1}(P) = \begin{cases} B + A\{1 - (1-P)^k\}/k, & k \neq 0 \\ B - A \ln(1-P), & k = 0 \end{cases} \quad (14)$$

3) L-モーメント:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= B + A/(1+k), & \lambda_2 &= A/\{(1+k)(2+k)\}, \\ \tau_3 &= (1-k)/(3+k), & \tau_4 &= (1-k)(2-k)/\{(3+k)(4+k)\} \end{aligned} \quad (15)$$

4) 母数推定式:

$$k = (1 - 3\tau_3)/(1 + \tau_3), \quad (16)$$

$$A = (1 + k)(2 + k)\lambda_2, \quad B = \lambda_1 - (2 + k)\lambda_2$$

一般化パレート分布は一般化極値分布のような極大・極小値に対する漸近関数ではないけれども、ポアソン分布に従う確率変量のうち、ある閾値を超えるものに着目する場合などを表示するのに適切な分布関数といわれる。北野ほか(2002)は Kodiak 沖の高波データについてこの分布の適用性を検討している。なお、この分布関数の特性等については Coles (2001)などを参照されたい。

(E) ワイブル分布

1) 分布関数：

$$F(x) = 1 - \exp[-\{(x - B)/A\}^k], \quad B < x < \infty \quad (17)$$

2) 確率統計量(quantile)：

$$x = F^{-1}(P) = B + A\{[-\log(1 - P)]^{1/k}\} \quad (18)$$

3) L-モーメント：

$$\lambda_1 = B + A\Gamma(1 + 1/k), \quad \lambda_2 = A(1 - 2^{-1/k})\Gamma(1 + 1/k),$$

$$\tau_3 = 3 - 2(1 - 3^{-1/k})/(1 - 2^{-1/k}),$$

$$\tau_4 = \{5(1 - 4^{-1/k}) - 10(1 - 3^{-1/k}) + 6(1 - 2^{-1/k})\}/(1 - 2^{-1/k}) \quad (19)$$

4) 母数推定式：

$$k = 285.3 \lambda_3^6 - 658.6 \lambda_3^5 + 622.8 \lambda_3^4 - 317.2 \lambda_3^3$$

$$+ 98.52 \lambda_3^2 - 21.256 \lambda_3 + 3.5160 \quad (20)$$

$$A = \frac{\lambda_2}{(1 - 2^{-1/k})\Gamma(1 + 1/k)}, \quad B = \lambda_1 - A\Gamma(1 + 1/k) \quad (21)$$

なお、合田・久高(2009)の論文では、その中の表-2に記載した尺度母数の推定式が式(21)の分子に k を乗じた形となっているけれども、それは校正漏れによる誤記である。ただし、計算結果はすべて式(21)に基づいているので、訂正の必要はない。

3. 地域頻度解析の手順

(1) 地点毎のL-モーメント比の計算

高波の資料が得られたならば、資料毎にL-モーメントとその比を計算する。この計算には、Hoskingが開発したFORTRANプログラム `lmoments` (<http://lib.stat.cmu.edu> からダウンロード可能) をベースにしてプログラムを作成し、それを使用する。ワイブル分布については、式(18)~(21)に基づくサブルーチンを追加する必要がある。

この計算の際には、波高の値そのものではなく、地

点毎の平均波高で除して無次元化したデータを使用する。これは、地域共通の極値分布を探索するための操作である。

(2) Hosking・Wallisによる地域区分の設定指標

地域頻度解析では、その地域に含まれる諸地点が同じ母集団に属していると判断されることが必要条件である。すなわち、地域が均質(homogeneous)でなければならない。まずは、各地点の地理的条件と自然特性を勘案し、さらに分布関数の特性を示す幾つかのパラメータを吟味する。Hosking・Wallis(1997)による地域頻度解析法では、まず地域内の諸地点のL-モーメント比に不一致性が見られないか否かを検討する。このため、各地点のL-CV, L-skewness, およびL-kurtosisの三つの量を3次元空間にプロットしたときに、全体の重心から各地点がどれだけ離れているかを表す D_i という値を計算する。この値は地点毎に異なるが、あまり大きな値を示す地点はデータに問題があるか、あるいはその地域に含めるべきでないことを示唆する。 D_i 値は一般に地域内の地点数が増すにつれて大きな値が出やすくなる。そのため、Hosking・Wallis(1997)は D_i に対する閾値を地点数の関数として与えているが、地点数が増えても D_i 値が3を超える状況は許容すべきでないとしている。

さらに、次の不均質性(heterogeneous)指標 H を用いてその地域が均質であるか否かを検討する。

$$H = \frac{(V - \mu_V)}{\sigma_V} \quad (22)$$

上式中の V は次式で定義される量であり、 μ_V と σ_V は数値シミュレーションによって求められる V の平均値と標準偏差である。

$$V = \left\{ \frac{\sum_{n_i}^N n_i (t^{(i)} - t^R)^2}{\sum_{n_i}^N n_i} \right\}^{1/2} \quad (23)$$

ここに、 N は地点数、 n_i は i 番目の地点のデータ数、 $t^{(i)}$ はその地点のL-モーメント比に係わる統計量、 t^R はその統計量に関してカッパー分布当てはめのシミュレーションで得られた地域平均の値である。

不均質性指標は、3種類の統計量について検討する。第1は、2次のL-モーメントと1次のL-モーメントの比であるL-CV(coefficient of L-variation, $\tau = \lambda_2/\lambda_1$)である。すなわち、ある地点の τ の値が他よりも著しくかけ離れていると、その地域は不均質と見なされる。第2の統計量としては、L-CVとL-skewnessの相関プ

ロット図において、ある地点が全体の重心からどれだけ離れているかを検討する。このため、まず地域全体の重心を計算し、それから各地点までの距離を統計量として用いる。第3の統計量としては、 L -kurtosisと L -skewnessの相関プロット図における重心からの距離を用いる。

地域が均質であるか否かを判断する不均質性指標の閾値としてHosking・Wallis(1997)は H が1以下であれば均質性に問題はなく、 H が2を超えると不均質である公算が大きいとしている。ただし、その場合でも地点の地理的条件や自然特性が他とあまり変わらなければ問題となる地点のデータを見直し、その地点だけに大きな事象が発生し、同じ日時に他の地点でそうした事象を観測できなかったのであれば、その地点を地域から除外することなく、地域全体としてはそうした事象の発生を受け入れるのがよいとしている。

上記の3種類の統計量のばらつき V が小さいと、不均質性指標 H が負となることもある。それは各地点のデータが相関している場合などであるとしている。

地域頻度解析を行うにあたっては、上記のような諸点を勘案して適切な地域設定を行う必要がある。

(3) 合田による地域区分の設定指標

前項の D_i と H の不均質性指標を日本海沿岸の高波資料に適用してみると、前論文に述べたように L -CVに係わる $H(1)$ の条件が厳しく、日本海沿岸11地点を3地域に細分する結果となった。また、河合ほか(2010)が行った日本沿岸の高潮偏差・最高潮位の極値解析においても、地図上で隣接する地点であっても異なる地域に区分されるという不自然さが残った。このため合田(2010)は、大規模な数値実験に基づいて L -モーメント比、すなわち L -CV、 L -skewness、および L -kurtosisの変動係数の経験的推定式を導き、これに基づいて不均質性を評価する方法を提案した。以下は合田(2010)からの抜粋である。

まず、 L -モーメント比の変動係数 CV は標本 L -skewness(t_3)と標本の大きさ n の関数としては表-1のように与えられる。

表-1 L -モーメント比の変動係数の推定式

L -モーメント比	分布関数	変動係数 CV の推定式
L -CV (t)	一般化極値分布 (GEV)	$CV(t) = (21.6745t_3^2 - 6.7226t_3 + 1.256)/n^{0.5}$
	一般化パレート分布 (GPA)	$CV(t) = (7.2791t_3^2 - 0.4957t_3 + 0.4973)/n^{0.5}$
	ワイブル分布 (WBL)	$CV(t) = (6.4538t_3^2 - 1.4805t_3 + 0.7362)/n^{0.5}$
L -skewness (t_3)	一般化極値分布 (GEV)	$CV(t_3) = (40.1193t_3^2 - 29.8590t_3 + 7.3288)/n^{0.5}$
	一般化パレート分布 (GPA)	$CV(t_3) = (35.5486t_3^2 - 24.7527t_3 + 5.6864)/n^{0.5}$
	ワイブル分布 (WBL)	$CV(t_3) = (28.5170t_3^2 - 23.0420t_3 + 5.8494)/n^{0.5}$
L -kurtosis (t_4)	一般化極値分布 (GEV)	$CV(t_4) = (5.8445t_3^2 - 3.5959t_3 + 3.4001)/n^{0.5}$
	一般化パレート分布 (GPA)	$CV(t_4) = (93.1882t_3^2 - 68.4313t_3 + 15.0430)/n^{0.5}$
	ワイブル分布 (WBL)	$CV(t_4) = (-6.0637t_3^2 + 2.2134t_3 + 2.6893)/n^{0.5}$

表-2 確率波高の変動係数の近似推定式の係数表

分布関数	係数の推定式
一般化極値分布 (GEV)	$a = 2.7037k^3 + 2.4351k^2 + 0.7325k + 0.0830$ $b = 10.953k^3 + 10.509k^2 + 3.1359k + 0.0372$ $c = 11.311k^3 + 12.526k^2 + 5.6088k + 0.7719$
一般化パレート分布 (GPA)	$a = \exp[-5.3844k^3 - 0.6089k^2 + 7.7316k - 1.9805]$ $b = -22.438k^3 + 24.678k^2 + 6.1046k + 0.1062$ $c = -28.287k^3 + 18.860k^2 + 6.9797k + 0.6776$
ワイブル分布	$a = 0.9742(\ln k)^2 + 0.6949(\ln k) + 0.1517$ $b = 1.9049(\ln k)^2 + 1.8142(\ln k) + 0.3677$ $c = 0.6349(\ln k)^2 + 1.8561(\ln k) + 0.9095$

この表-1による変動係数から、地点毎に各 L -モーメント比の標準偏差を算定できるので、それを使って偏

心率と称するパラメータを求める。これは、各地点の L -モーメント比が地域の加重平均値からどれだけ離れ

ているかを示すもので、具体的には式 (24) ~ (26) のように、地域平均値 $\mu(\zeta_k)$ との差を地点毎の標準偏差 $\sigma(\zeta_k)$ で除して求める。

偏心率は、 L -CV, L -skewness, および L -kurtosis については次式で計算する。

$$\psi_{k,i} = [\zeta_{k,i} - \mu(\zeta_k)] / \sigma(\zeta_k) \quad (24)$$

: $k=1, 2, 3; i=1, 2, \dots, N$

ここに、 ζ_1, ζ_2 , および ζ_3 はそれぞれ標本の L -CV [t_1], L -skewness [t_3], および L -kurtosis [t_4] を代表する。さらに、2次元座標上の距離に関する偏心率として次の二つを定義する。

$$\psi_{4,i} = \left[\frac{[\zeta_{1,i} - \mu(\zeta_1)]^2 + [\zeta_{2,i} - \mu(\zeta_2)]^2}{\sigma^2(\zeta_1) + \sigma^2(\zeta_2)} \right]^{1/2} \quad (25)$$

$$\psi_{5,i} = \left[\frac{[\zeta_{2,i} - \mu(\zeta_2)]^2 + [\zeta_{3,i} - \mu(\zeta_3)]^2}{\sigma^2(\zeta_2) + \sigma^2(\zeta_3)} \right]^{1/2} \quad (26)$$

式 (25) の ψ_4 は L -CV と L -skewness の相関プロット図上の偏心率、式 (26) の ψ_5 は L -kurtosis と L -skewness の相関プロット図上の偏心率を表す。

こうした各地点の偏心率の分散の度合いを正規分布と比べるには、偏心率の最大値を用いるのが簡便である。すなわち、

$$\Psi_k = \max\{|\psi_{k,i}| : i=1, 2, \dots, n\} : k=1, 2, \dots, 5 \quad (27)$$

正規分布であれば、偏心率の最大値が 1.6 を超える確率は 11%、2.0 を超える確率は 4.6% であるので、5種類の偏心率について正規分布と比較しながら均質性を調べることができる。

(4) Hosking・Wallis による極値分布関数の適合度判定

地域内の各地点の高波資料について計算された L -モーメント比から、まず各地点のデータ数を重みとする地域平均の L -モーメント比を求める。極値分布関数の母数推定は、この地域平均の L -モーメント比を使って行う。

この際は、母数が 4 個あるカッパー分布が資料への適合度がもっとも高くなるので、このカッパー分布の 4 個の母数を推定し、これをその地域の母分布関数であると見なす。そして、このカッパー分布を用いてモンテカルロシミュレーションによって各地点のデータ数に相当する個数の極値を発生させ、それについて L -モーメントとその比を計算する。これらの値はシミュレーション毎に異なるので、500 回の試行を行って平均値と標準偏差を求める。そして、この操作を地域内

の地点毎に行い、シミュレーションによる重み付き地域平均値と標準偏差を算出する。

分布関数の適合度は L -kurtosis である τ_4 を用いて行う。適合度指標を Z で表すとこれは次式で算定される。

$$Z^{DIST} = (t_4^R - \tau_4^{DIST}) / \sigma_4 \quad (28)$$

ここに、 t_4^R は地域平均の L -kurtosis の値であり、 τ_4^{DIST} はシミュレーションで得られた地域平均の L -skewness を使って分布関数毎に算出される L -kurtosis の値である。 L -skewness と L -kurtosis の間には分布関数毎に一義的な関係があり、前者から後者は容易に計算できる。また、 σ_4 はシミュレーションで得られたカッパー分布の L -kurtosis の標準偏差の地域平均値である。

式 (28) で算定される Z^{DIST} の値がどれだけであれば適合とするかについては、Hosking・Wallis (1997) は正規分布の考え方を準用して 90% 信頼区間に対する $|Z^{DIST}| \leq 1.64$ の基準を示している。ただしこれは一つの目安であり、 Z^{DIST} の値の大小によって適合度の優劣を判定するものではないようである。いずれにしても、地域平均の L -モーメントとその比に基づいて、各分布関数が求められるので、解析者は Z^{DIST} の値を参照しつつ、適切と思われる分布関数を選んで所定の再現期間に対する確率統計量を求めることになる。

(5) 合田による極値分布関数の当てはめ方法

Hosking・Wallis (1997) は当てはめる分布関数として一般化ロジスティック分布、一般化極値分布、3母数対数正規分布、ピアソン型分布、一般化パレート分布およびカッパー分布を対象として適合度指標 Z^{DIST} の値を計算している。しかし、一般化ロジスティック分布、対数正規分布、およびピアソン型分布の高波の極値に対する適用性についてはこれまで吟味されることがない。そこで、高波の極値に対しては 2. で紹介した一般化極値 (GEV) 分布、一般化パレート (GPA) 分布、およびワイブル (WBL) 分布の 3 分布関数を当てはめ対象とする。これはいずれも 3 母数型の分布であり、 L -モーメント法を用いることにより 3 母数の値を直接に求めることができる。

3 種類の分布関数の母数値が推定されると、昇順の順位毎の確率統計量 (確率波高) が計算される。その計算値と標本のデータとの間の相関係数を算定し、その相関係数がもっとも 1 に近い分布を最適関数と判定する。すなわち、相関係数の最小残差法を採用すればよい。この方法は、“Probability Plot Correlation Method (PPC)” とも呼ばれ、極値分布の適

合度の判定指標の一つとして用いられている (Chowdhury et al. 1991) .

(6) 地点毎の確率波高の推定とその信頼区間

地域共通の極値分布関数が選定されると、GEV分布、GPA分布、およびワイブル分布については形状母数 k 、尺度母数 A 、および位置母数 B の値が推定される。このうちの形状母数 k は無次元量であり、各地点に対してそのまま適用される。しかし尺度母数 A と位置母数 B は無次元化された波高資料に対して求めたものである。このため、地点毎の極値分布関数は、それぞれの平均波高を尺度母数 A と位置母数 B に乗じて次元量に変換したうえで使用する。再現期間 R 年に対する確率波高は次式で推計する。

$$x_R = F^{-1}(P_R) = B + A y_R \quad ; P_R = 1 - 1/(\lambda R) \quad (29)$$

ここに、 λ は高波の平均発生率、 y_R は分布関数毎に次のように与えられる基準化変量である。

1) 一般化極値分布 (GEV) :

$$y_R = \{1 - [-\ln(1 - 1/(\lambda R))]^k\} / k, \quad k \neq 0 \quad (30)$$

2) 一般化パレート分布 (GPA) :

$$y_R = [1 - 1/(\lambda R)^k] / k, \quad k \neq 0 \quad (31)$$

3) ワイブル分布 :

$$y_R = \{\ln(\lambda R)\}^{1/k} \quad (32)$$

得られた確率波高の変動係数については、合田 (2010) が数値実験に基づいて次の近似推定式を提示している。

$$CV[H_R] = (a y_R^2 - b y_R + c) (\gamma_{50} - 1)^{0.7} / \sqrt{n} \quad (33)$$

ここに、 a 、 b 、および c は形状母数 k の関数として表-2 で算定される経験的定数、 y_R は再現期間 R に対する基準化変量、 γ_{50} は確率波高比 H_{50}/H_{10} で定義される裾長さ、ならびに n は標本の大きさである。

変動係数が求められると、それに確率波高を乗じることで標準偏差が得られるので、確率波高推計値が正規分布することを仮定すれば、推計値の上下に標準偏差の1.64倍をとることによって90%信頼区間が求められる。

4. 日本海沿岸の高波資料の概要

(1) 地点毎の波浪データの概要

わが国の国土交通省の港湾関係部局では1970年から

全国波浪観測体制を構築しており、24時間連続の波浪観測データ（一部は2時間毎20分観測）が独立行政法人港湾空港技術研究で集中管理されている。この観測体制はNOWPHAS (Nationwide Ocean Wave information network for Port and HarbourS) と呼ばれており、2009年現在は61地点で海底設置型波浪計、11地点でGPSブイによる観測を継続している。

本論文で取り扱うのは、前論文と同じく表-3に示す日本海沿岸11地点のデータである。すなわち、有義波高の時系列において角括弧内の波高閾値を超え、波高値が第2閾値2.0mを下回るまでの期間を一つの高波とみなし、その間の最大有義波高を極大値波高として定義した高波データである。また有効統計年数というのは、何らかの原因で欠測が生じた期間を日単位で積算し、それを観測年数から年単位で差し引いたものである。したがって、有効統計年数と観測年数の比が測得率を与える。

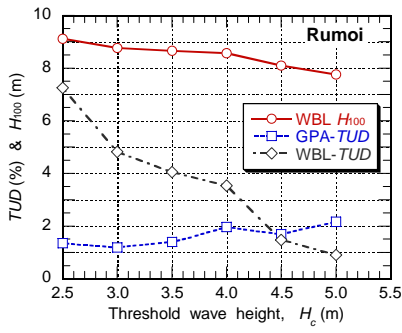
表-3には地点名と高波資料の概要を示しているが、ほとんどは冬季季節風によって発達し高波である。なお、超音波式波高計で高波時に欠測が生じたケースについては、併設の水圧式センサーの記録を用いて可能な限り補足した。補足が難しかった場合には、その高波の期間を欠測扱いとした。

表-3 検討に用いた高波資料の概要

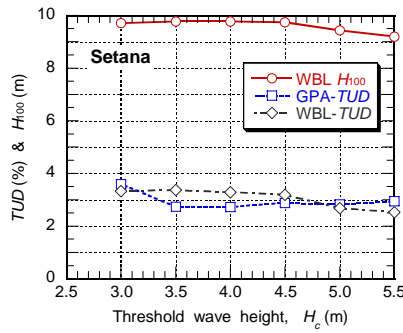
地点名	観測期間	観測年数	有効統計年数	データ数 [H_c (m)]	最大波高 ($H_{1/3}$) _{max} (m)
留萌	1970-2008	39	37.2	1214 [2.5]	7.83
瀬棚	1980-2008	29	26.3	660 [3.0]	9.43
深浦	1979-2008	30	28.0	779 [3.0]	10.36
秋田	1981-2008	28	22.8	594 [3.0]	8.74
酒田	1970-2008	39	34.4	955 [3.0]	10.65
新潟沖	1989-2008	20	18.4	393 [3.0]	8.48
輪島	1979-2008	30	28.7	658 [3.0]	7.73
金沢	1970-2008	39	32.3	743 [3.0]	8.14
福井	1980-2008	29	18.0	347 [3.0]	7.79
鳥取	1979-2008	30	26.2	542 [3.0]	7.54
浜田	1974-2008	35	29.9	632 [3.0]	7.93

(2) 極値時系列選定の波高閾値の設定

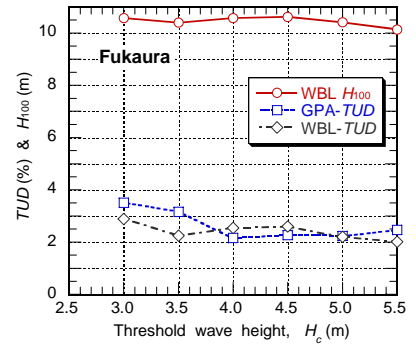
表-3に示した高波データは最初に収集した資料であり、これらについてはさらに波高閾値を0.5mずつ変えて、最適な波高閾値を探索した。すなわち、波高閾値を変える毎にL-モーメント比を計算して、極値分布の母数値を推計する。これによって種々の再現期間に対する確率波高を算定するとともに、観測された



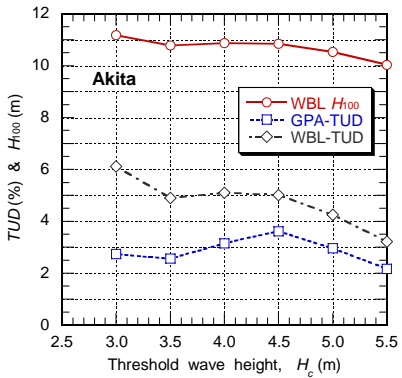
(a) 留萌港



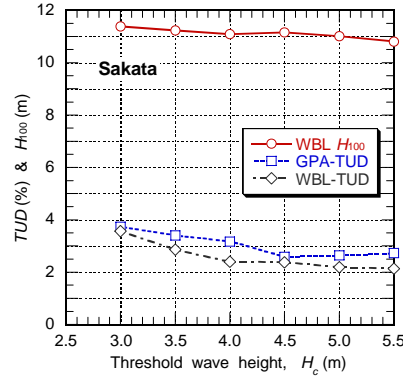
(b) 瀬棚港



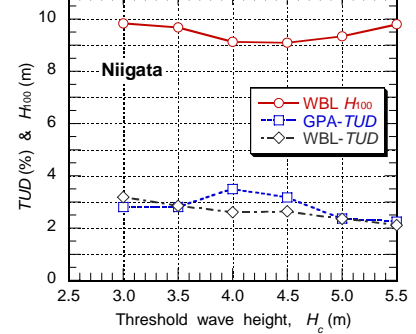
(c) 深浦港



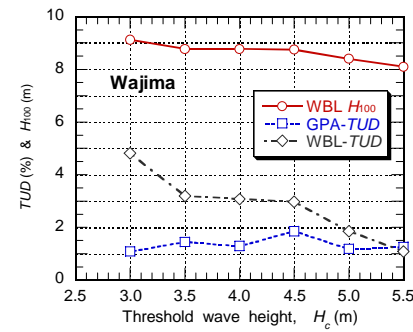
(d) 秋田港



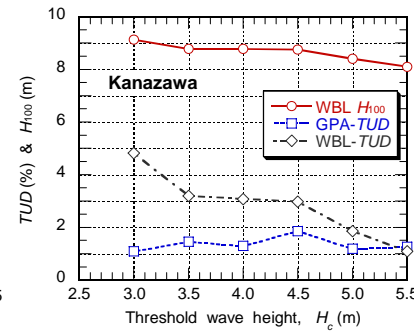
(e) 酒田港



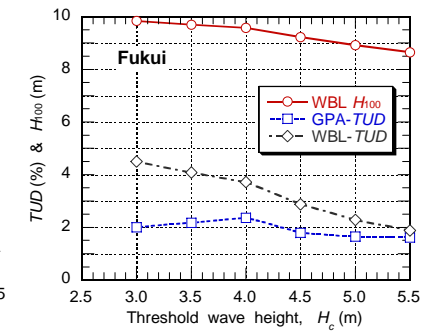
(f) 新潟沖



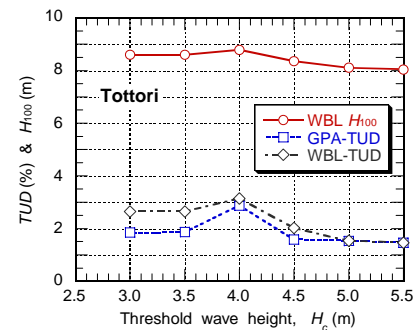
(g) 輪島



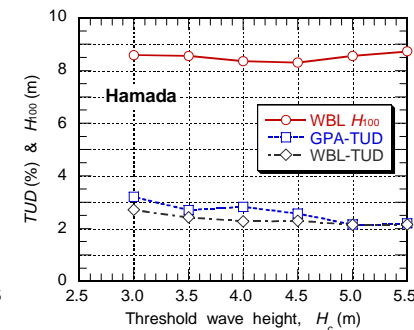
(h) 金沢港



(i) 福井港



(j) 鳥取港



(k) 浜田港

図 - 1 波高閾値によるTUDと H_{100} の変化

波高の順位に対応する確率波高を計算する．各順位の波高に対する非超過確率は式(1)のプロットングボジション式で $\alpha=0.45, \beta=0$ の定数を用いた．

極値時系列データの選定のための波高閾値としては、表-3に示した初期閾値から0.5mずつ段階的に閾値を高めて波高資料を作成し、GEV, GPA, およびワイブル分布を当てはめたときの100年確率波高 H_{100} を算定した．図-1は11地点に対するGPA分布とワイブル分布のTUD値、ならびにワイブル分布を当てはめたときの H_{100} を求めた結果を示したものである．

ここでTUD値というのは、極値分布関数の適合度の指標として合田ら(2009)が提案したもので、式(34)に定義するように、上位20個の観測波高と確率波高の2乗平均偏差である．

$$TUD(\%) = \sqrt{\frac{1}{20} \sum_{m=1}^{20} \left(\frac{H_{pred,m} - H_{obs,m}}{H_{obs,m}} \right)^2} \times 100 \quad (34)$$

ここに、 $H_{pred,m}$ は大きい方から m 番目の確率波高、 $H_{obs,m}$ は同じく大きい方から m 番目の観測波高である．表-3の日本海沿岸の高波に対してはGEV分布の適合度が低く、TUD値がGPA分布やワイブル分布よりも2倍以上大きいことが多いため、図-1には示していない．

波高閾値を変えたときに極値分布の適合度を最小残差法で判定しようとする、閾値を高めてデータ個数を減らすと最小残差が増大することが多く、最適な閾値を選ぶことが困難であった．TUD値を適合度の指標として導入したのはそのためである．ただし、波高閾値を選定した後で3種類の分布関数の適合度を比較するには、最小残差法が有効である．

図-1の結果では、TUDに関してはGPA分布のほうがワイブル分布よりも低めの地点が多く、波高資料への適合度がやや高いことを示している．ワイブル分布については波高閾値を高めるにつれてTUD値が低下する傾向が見られるものの、GPA分布では波高閾値を変えてもTUD値があまり変化せず、留萌港、瀬棚港、新潟沖その他では波高閾値の中間の値でTUDが増大している．

一方、100年確率波高に関しては、留萌港、秋田港、金沢港、福井港、鳥取港など、閾値を4.5~5.0m以上に高めたときに H_{100} が低下するケースがある反面、新潟沖や浜田港では波高閾値が大きいときに H_{100} が増大する傾向もある．

このように、TUD値および H_{100} のいずれをとっても、日本海沿岸の全体を通じて合理的な波高閾値の設

定基準を見いだすことがむずかしい．そこで、平均発生率が10~15個/年の程度に揃うように、波高閾値を表-4のように設定した．

表-4 各地点の波高閾値、データ個数その他

地点名	閾値 H_c (m)	データ 個数	発生率 λ	平均 波高 (m)	標準 偏差 (m)	最大 波高 (m)
留 萌	3.5	554	14.89	4.440	0.790	7.83
瀬 棚	4.0	330	12.55	4.989	0.870	9.43
深 浦	4.0	408	14.57	5.097	0.971	10.36
秋 田	4.0	314	13.77	5.202	1.030	8.74
酒 田	4.0	518	15.06	5.249	1.081	10.65
新潟沖	3.5	252	13.70	4.437	0.895	8.48
輪 島	4.0	298	10.38	4.934	0.749	7.73
金 沢	4.0	387	11.98	5.104	0.889	8.14
福 井	3.5	248	13.78	4.594	0.946	7.79
鳥 取	3.5	320	12.21	4.346	0.745	7.54
浜 田	3.5	400	13.38	4.354	0.755	7.93

この表で明らかのように、極値統計解析に用いた有義波高の平均値は4.3~5.2m、標準偏差が0.75~1.08m、有義波高の変動係数が $CV=0.17\sim 0.21$ と比較的に均一な資料である．

5. 最小2乗法による極値統計解析

これまでのわが国の高波の極値統計解析では、最小2乗法を用いて極値分布関数の当てはめを行うのが一般的であった．今回の表-4の高波資料に対して最小2乗法を適用した結果を表-5に示す．

表-5 最小2乗法による100年確率波高

地点名	適合・棄却判定					100年確率波高 (m)	
	E	F	G	H	I	最適分布	共通分布
留 萌						8.15	8.66
瀬 棚						9.52	9.52
深 浦						10.24	10.24
秋 田						10.10	10.10
酒 田						10.98	10.98
新潟沖						9.65	9.07
輪 島						8.32	8.76
金 沢						9.12	9.67
福 井						9.45	9.45
鳥 取						8.64	8.17
浜 田						8.73	8.25

注1: 分布関数の記号は次の通り．

E: FT-I, F: ワイブル ($k=0.75$), G: ワイブル ($k=1.0$),
H: ワイブル ($k=1.4$), I: ワイブル ($k=2.0$).

注2: 適合・棄却判定の記号は次の通り．

:最適適合, :次善適合, :適合
: REC基準により棄却, : DOL基準により棄却
: REC・DOL両基準により棄却

注3：地域共通分布は，棄却判定地点が最小であるワイブル分布 ($k = 1.4$) としている。

分布関数への適合度は，極大値波高とその基準化変量との間の相関係数の値に基づくMIR基準によるものであり，棄却判定に使われるREC・DOL基準と併せて合田 (2008) を参照されたい。また，表 - 5 の表示は，合田ら (1998, 1999) が1970～1998年までのNOWPHASデータを用いてわが国沿岸の高波の地域共通分布を検討した方式を踏襲している。

6. 地域頻度解析による極値統計解析

(1) 各地点のL-モーメント比の計算結果

表 - 4の高波資料についてL-モーメント比であるL-CV, L-skewness, およびL-kurtosisを計算した結果を表 - 6に示す。これらのL-モーメント比は，L-CVが0.082～0.111, L-skewnessが0.224～0.297, L-kurtosisが0.095～0.162と比較的に狭い範囲に分布している。D_i値は後出のB,C地区のものである。前論文ではプロットングポジションとして $\alpha=0, \beta=0$ の定数を用いたので，本論文のL-モーメント比の値は若干異なっている。L-CVはほとんど変わらないが，L-skewnessが微減，L-kurtosisが微増している。これらのL-モーメント比の相互関係を示したのが図 - 2, 3であり，前者はL-CVとL-skewnessの相関図，後者はL-kurtosisとL-skewnessの相関図である。

表 - 6 各地点のL-モーメント比ほか

地点名	データ 個数, N	L-CV	L-skew- ness	L-kurt- osis	D _i
留 萌	554	0.0961	0.2475	0.1145	1.42
瀬 棚	330	0.0921	0.2749	0.1328	0.97
深 浦	408	0.1002	0.2779	0.1385	0.82
秋 田	314	0.1060	0.2660	0.1262	0.24
酒 田	518	0.1092	0.2586	0.1263	0.92
新潟沖	252	0.1053	0.2971	0.1256	1.62
輪 島	298	0.0819	0.2515	0.1226	0.66
金 沢	387	0.0956	0.2238	0.0948	0.80
福 井	248	0.1110	0.2568	0.1162	1.08
鳥 取	320	0.0892	0.2954	0.1620	1.16
浜 田	400	0.0912	0.2772	0.1271	1.30

なお，図 - 3にはワイブル分布とGPA分布におけるL-kurtosisとL-skewnessの理論的關係も示したが，日本海沿岸の11地点はこの二つの極値分布関数の中間に位置している。

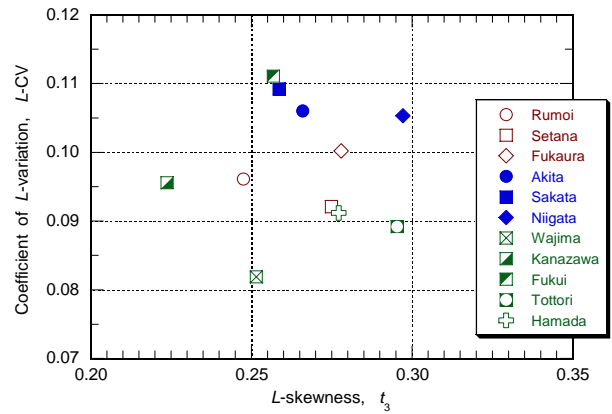


図 - 2 L-CVとL-skewnessの相関図

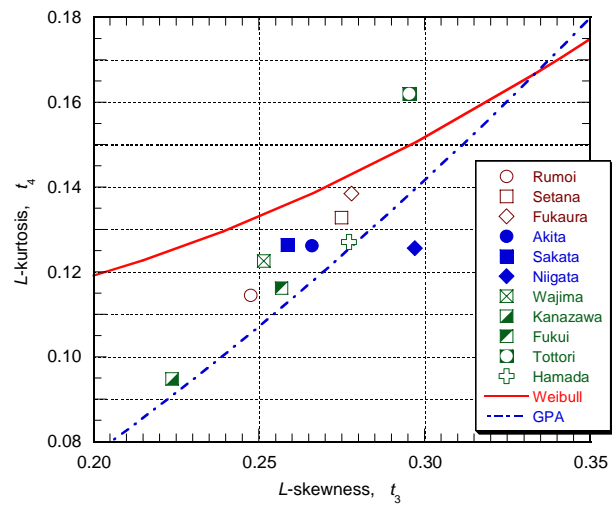


図 - 3 L-kurtosisとL-skewnessの相関図

(2) 地域区分の設定

L-モーメント比が図 - 2, 3に示すような範囲に分布しているなかでは，金沢が他の地点とやや外れた位置にあるものの，全体としてはまとまっていて11地点を均質な一つの地域とみなしてよいようにも思われる。しかし，式 (22), (23) の不均質性指標や式 (24)～(27) の偏心率に基づいて吟味すると，全体を一つの均質な地域とみなすことが難しくなる。

まず，全11地点を一つの地域とみなす場合，および留萌から新潟沖までの6地点を北部地域とし，輪島から浜田までを5地点を南部地域とする場合について不均質性指標を算定した結果を表 - 7に記載する。

地域区分のAは全11地点をひとまとめたもので，不均質指標H(1)が13.2, H(2)が2.3と許容値の2を大きく超えているため，これらを均質な一つの地域として扱うことができない。北部6地点をまとめた地域区分のBでは，H(1)が2.3とやや大きく，南部5地点をまとめた地域区分のCではH(1)が4.5と大きいため，

表 - 7 地域区分毎の不均質性指標の値

記号	地点数	地域平均L-モーメント比			不均質性指標		
		L-CV	L-skew	L-kurt	H(1)	H(2)	H(3)
A	11地点	0.0976	0.2629	0.1249	13.23	2.26	0.42
B	北部6地点	0.1014	0.2667	0.1265	2.33	-0.35	-1.28
C	南部5地点	0.0931	0.2605	0.1239	4.46	1.27	0.70

表 - 8 南北2分割によるワイブル分布の偏心率の値

地点名	不均質性指標としての偏心率				
	ψ_1 (L-CV)	ψ_2 (L-skew)	ψ_3 (L-krt)	ψ_4 (CV-skew)	ψ_5 (krt-skew)
全体最大値	5.08	1.70	2.24	1.69	1.85
留 萌	-1.15	-0.65	-0.58	0.67	0.63
瀬 棚	-1.96	0.28	0.27	0.42	0.28
深 浦	-0.23	0.39	0.49	0.39	0.43
秋 田	0.87	-0.02	-0.01	0.16	0.02
酒 田	1.45	-0.28	-0.01	0.38	0.22
新潟沖	0.68	1.07	-0.04	1.06	0.84
北部最大値	1.96	1.07	0.58	1.06	0.84
輪 島	-3.54	-0.39	-0.07	0.61	0.31
金 沢	0.70	-1.55	-2.13	1.54	1.71
福 井	4.12	-0.16	-0.46	0.77	0.30
鳥 取	-1.02	1.54	1.67	1.53	1.61
浜 田	-0.52	0.73	0.18	0.72	0.58
南部最大値	4.12	1.55	2.13	1.54	1.71

均質な地域とは認めがたい。

これに対して式(24)~(27)の偏心率を計算した結果は表-8の通りである。偏心率は当てはめる極値分布によってその値が若干異なるため、ここではワイブル分布を当てはめたときの結果を示す。

表-8の結果では、11地点を一つの地域として扱うと、L-CVの偏心率が $\psi_1 = 5.09$ と大きな値であり、またL-kurtosisに関する偏心率も $\psi_3 = 2.24$ と大きい。これを北部6地点、南部5地点に区分すると、日本海北部については偏心率がいずれも小さく、これを一つの地域として取り扱うことには問題がない。一方、日本海南部の5地点ではL-CVの偏心率が福井で $\psi_1 = 4.12$ とまだ大きな値であり、またL-kurtosisに関する偏心率も $\psi_3 = 2.13$ とやや大きい。しかしながら、これらの地点の地理的位置から見ると、高波の発生条件に大きな差異があるとは思われない。そこで、均質性にはやや問題が残るけれども、以下においては日本海沿岸を北部地域6地点、南部地域5地点に区分して地域頻度解析を行うことにする。

(3) 観測データに適合する極値分布関数

表-5に記載した各地域の加重平均L-モーメント比を用い、GEV分布、GPA分布、およびワイブル分布の3種類の分布関数について、その適合度の指標である Z^{DIST} の値を算出した。その結果は表-9のようになった。

先に3(3)項で紹介したように、Hosking・Wallis(1997)は分布関数の当てはめ許容範囲として、正規分布の90%信頼区間に対する $|Z^{DIST}| \leq 1.64$ の基準を示している。これによれば、GEV分布については Z^{DIST} の値が適合範囲を大きく超えており、日本海沿岸の高波に対する分布関数としては不適格である。一方、GPA分布はどの地域区分でも適用可能であり、ワイブル分布は11地点全域に適用するには無理があるけれども、基準をやや緩めれば南北に二分した両地域には適用可能である。

表 - 9 地域共通分布の適合度 Z^{DIST}

記号	地点数	GEV	GPA	ワイブル
A	11地点	11.93	-1.30	2.30
B	北部6地点	9.39	-0.95	1.77
C	南部5地点	7.91	-0.96	1.57

表 - 10 波高データと確率波高との相関係数の残差値

地点名	相関係数の残差値			最適分布
	GEV	GPA	WBL	
留 萌	0.0245	0.0019	0.0050	GPA
瀬 棚	0.0146	0.0030	0.0032	GPA
深 浦	0.0116	0.0021	0.0016	WBL
秋 田	0.0262	0.0027	0.0064	GPA
酒 田	0.0127	0.0015	0.0012	WBL
新潟沖	0.0122	0.0040	0.0033	WBL
北部地域 最適地点数	0	3	3	
輪 島	0.0208	0.0013	0.0042	GPA
金 沢	0.0301	0.0032	0.0082	GPA
福 井	0.0227	0.0018	0.0052	GPA
鳥 取	0.0118	0.0036	0.0029	WBL
浜 田	0.0103	0.0029	0.0017	WBL
南部地域 最適地点数	0	3	2	

一方、波高データとそれに対応する確率波高との間の相関係数の残差値は表-10のようになった。北部地域と南部地域に区分し、それぞれについて地域共通の母数値を表-11のように求めて確率波高を推計し、各地点の波高データ(無次元)との相関係数の残差を計算した結果を示している。最小残差法に従い、地点

毎に残差値が最小の分布を最適関数とみなした結果を表の最右欄に記載した。また、南北の地域ごとにそれぞれの分布が最適となる地点数も記載してある。南北全体でGPA分布が最適となるのが6地点、ワイブル分布が最適となるのが5地点である。一方、GEV分布はどの地点でも残差値が大きく、観測データに適合しない。したがって、以下の確率波高の算定は、GPA分布とワイブル分布の2関数について行うこととした。

(4) 各地域への極値分布関数の当てはめ

地域共通分布としてのワイブル分布とGPA分布の3母数推定値は表 - 11 に示すようになった。日本海全域の11地点は均質とはみなされないけれども、参考として全域を一つの地域として取り扱った場合の母数値も示している。分布関数の3母数の値から見ると、地域区分の差はわずかである。こうして当てはめた極値分布と各地点の波高データとの比較を、再現期間に対するプロットとして図 - 4, 5 に示す。図 - 4 は北部6地点のB地域、図 - 5 は南部5地点のC地域である。

表 - 11 地域共通分布の母数推定値（無次元）

地域	ワイブル分布			GPA分布		
	k	A	B	k	A	B
全体	1.211	0.2397	0.7751	0.1642	0.2470	0.7879
北部	1.202	0.2462	0.7685	0.1579	0.2534	0.7812
南部	1.224	0.2302	0.7846	0.1733	0.2375	0.7976

図 - 4, 5 ともグラフ上の点の輻輳を避けるため、上位から第13位以下の波高データを適宜間引いている。北部地域に対する図 - 4 をみると、留萌の観測値や秋田の上位のデータは地域共通のGPA分布よりも下に位置しており、一方、酒田や新潟沖の上位のデータは地域共通のワイブル分布の上にある。瀬棚の波高値は全体として地域共通分布よりも低めであるが、第1位のデータは地域共通のワイブル分布に近い。深浦のデータも瀬棚と類似の傾向を示す。

南部地域に対する図 - 5 では、鳥取と浜田の波高値が地域共通のワイブル分布にほぼ沿っているのに対し、輪島と金沢のデータは地域共通のGPA分布よりも下に位置している。福井港のデータは地域共通分布よりも上にずれた位置にあり、これは表 - 8 のL-CVの偏心率が $\psi_1 = 4.12$ と大きいことに関係していると思われる。

地域頻度解析というのは、図 - 4, 5 に見られるように所定の再現期間に対する地点毎の無次元確率波高の

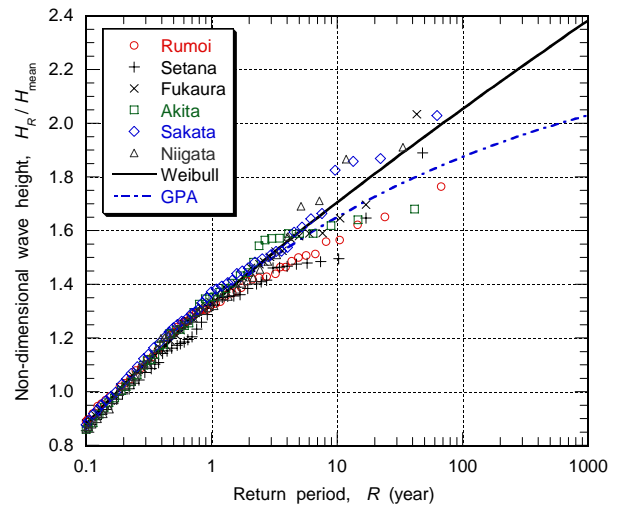


図 - 4 北部地域に対する極値分布の当てはめ

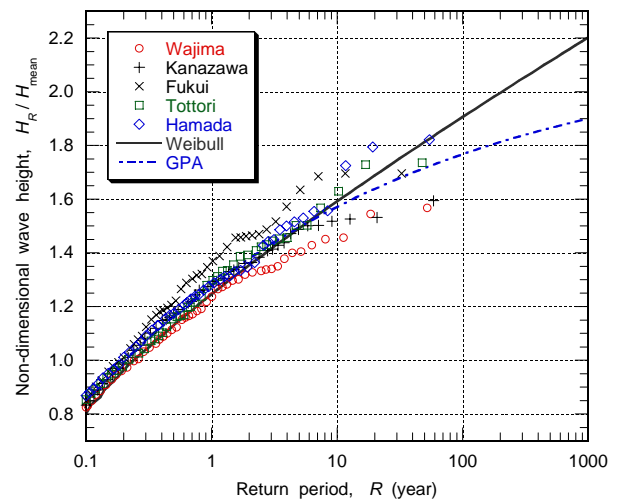


図 - 5 南部地位に対する極値分布の当てはめ

値が分散するものの、分散は標本の統計的変動性によるものとみなし、地域共通の極値分布を用いて確率波高を推計するものである。したがって、(5) 項に述べるように、地点単独に当てはめた極値分布から推計した確率波高と地域共通分布から推計した確率波高とは、そこにある程度の差が生じる。しかし、地域共通分布を用いることによって確率波高の空間分布が滑らかに変化し、またデータ数の総計が大きくなることによって推計された確率波高の信頼区間が狭まると考えられる。

極値分布において形状母数 k の値が小さくなると、極値分布の右側が裾を長く引きずる、すなわち波高の大きな極値が出やすくなる。これはワイブル分布もGPA分布も同じである。一方、尺度母数 A はこの値が大きいかほど高い極値が出やすくなる。表 - 11 の結果では、南部よりも北部地域のほうが大きな波高が出

る確率が高いことを示している。もっとも、均質性に問題があるとはいえず、日本海沿岸全体に形状母数が $k=1.2$ のワイブル分布を当てはめることは不可能とはいえない。

(4) 各地点の母数値の推定結果

前項の母数推定値はいずれも無次元値であり、実際の確率波高を推定するには表 - 11 の尺度・位置母数の値に各地点の平均波高を乗じて次元量に戻す必要がある。表 - 12, 13 はこうした操作を行ってワイブル分布と GPA 分布の母数を推定した結果である。「地域」の欄は南北それぞれの地域共通の分布から推定した母数値であり、「単独」の欄は表 - 6 に記載した各地点の L -モーメント比を用い、式 (16), (20), および (21) によって母数値を推定したものである。

表 - 12 ワイブル分布の母数推定値

地点名	形状母数 k		尺度母数 A		位置母数 B	
	地域	単独	地域	単独	地域	単独
留 萌	1.2024	1.272	1.093	1.094	3.412	3.425
瀬 棚	1.2024	1.174	1.228	1.090	3.834	3.958
深 浦	1.2024	1.164	1.255	1.201	3.917	3.959
秋 田	1.2024	1.205	1.281	1.342	3.998	3.942
酒 田	1.2024	1.231	1.292	1.425	4.034	3.917
新潟沖	1.2024	1.103	1.092	1.039	3.410	3.435
輪 島	1.2241	1.257	1.136	1.026	3.871	3.980
金 沢	1.2241	1.367	1.175	1.340	4.004	3.878
福 井	1.2241	1.238	1.057	1.274	3.605	3.405
鳥 取	1.2241	1.108	1.000	0.866	3.410	3.513
浜 田	1.2241	1.167	1.002	0.935	3.416	3.468

表 - 13 GPA分布の母数推定値

	形状母数 k		尺度母数 A		位置母数 B	
	地域	単独	地域	単独	地域	単独
留 萌	0.1579	0.2063	1.125	1.094	3.468	3.425
瀬 棚	0.1579	0.1376	1.264	1.118	3.897	4.007
深 浦	0.1579	0.1302	1.292	1.230	3.982	4.009
秋 田	0.1579	0.1595	1.318	1.381	4.064	4.011
酒 田	0.1579	0.1781	1.330	1.472	4.100	4.000
新潟沖	0.1579	0.0837	1.124	1.055	3.466	3.463
輪 島	0.1733	0.1963	1.172	1.026	3.936	4.046
金 沢	0.1733	0.2686	1.212	1.404	4.071	3.997
福 井	0.1733	0.1827	1.091	1.317	3.664	3.481
鳥 取	0.1733	0.0878	1.032	0.881	3.467	3.537
浜 田	0.1733	0.1319	1.034	0.958	3.473	3.508

表 - 12, 13 から分かるように、地域単独の L -モーメント比から推定した極値分布の母数値は地域共通の値とかなり異なる場合があり、これが図 - 4, 5 で各地点の波高データが地域共通分布からずれていることに

対応している。

(5) 各地点の確率波高の推計結果

上記の母数値を持つワイブル分布ならびに GPA 分布を用いて種々の再現期間に対する確率有義波高とその 90% 信頼区間を推計した結果を表 - 14 ~ 17 に記載する。表 - 14, 15 は各地の平均有義波高で除した無次元波高であり、表 - 16, 17 はメートル単位の波高である。再現期間 1000 年に対する推定波高というのは信頼性が低いであろうが、分布関数の特性を表示する目的で記載したものである。

表 - 14 地域共通ワイブル分布による無次元確率波高と 90% 信頼区間

地域	区別	再現期間 (年)					裾長 度 z_{50}
		1	10	50	100	1000	
北部	確率波高 信頼区間 (%)	1.32	1.70	1.94	2.05	2.38	1.145
		0.98	2.47	4.12	4.97	8.35	
南部	確率波高 信頼区間 (%)	1.27	1.61	1.83	1.93	2.22	1.137
		1.08	2.69	4.52	5.46	9.19	

表 - 15 地域共通 GPA 分布による無次元確率波高と 90% 信頼区間

地域	区別	再現期間 (年)					裾長 度 z_{50}
		1	10	50	100	1000	
北部	確率波高 信頼区間 (%)	1.33	1.65	1.82	1.87	2.03	1.100
		0.53	1.32	2.10	2.45	3.51	
南部	確率波高 信頼区間 (%)	1.28	1.57	1.72	1.77	1.90	1.093
		0.57	1.38	2.22	2.59	3.68	

表 - 14, 15 では、南部に比べて北部の確率波高がやや大きい。これは、主として L -skewness が大きくて形状母数が小さいことによる。一方、90% 信頼区間は南部のほうがやや大きくなっている。これは、式 (33) で推計される確率波高の変動係数が標本の大きさ n の平方根に逆比例することに関係している。信頼区間を推計するときには、標本の大きさとしてその地域内のデータ総数を使うので、表 - 4 から計算されるように北部地域では $n=2376$ 、南部地域では $n=1653$ と南部のほうが標本が小さいため、信頼区間の幅が大きくなるのである。また、ワイブル分布よりも GPA 分布の信頼区間が狭いのは、式 (33) において変動係数に対し

て裾長さが $(\gamma_{50} - 1)^{0.7}$ の形で関係するためである。なお、表 - 14, 15 の信頼区間は百分率表示なので、有次元の表 - 16, 17 に対してもそのまま適用される。

次に確率波高の絶対値を記した表 - 16, 17 の結果を見比べると、GPA 分布を当てはめたときの確率波高がワイブル分布のときよりもかなり低めであり、特に再現期間が長くなったときにその差が拡大する。波高の数値に黄色マークを付したものは、100 確率波高が観測最大波高よりも小さいケースを示している。こうした GPA 分布の傾向は、式 (13) で示したように、この分布が $k > 0$ のときに $H_{upper} = B + A/k$ という理論的上限值を持つことに起因する。

表 - 16 ワイブル分布当てはめによる確率波高 $H_{1/3}$ (m)

地点名	再現期間 R (年)					最大波高
	1	10	50	100	1000	
留 萌	5.87	7.54	8.63	9.08	10.55	7.83
瀬 棚	6.59	8.47	9.69	10.21	11.85	9.43
深 浦	6.74	8.65	9.91	10.43	12.11	10.36
秋 田	6.87	8.83	10.11	10.64	12.36	8.74
酒 田	6.94	8.91	10.20	10.74	12.47	10.65
新潟沖	5.86	7.53	8.62	9.08	10.54	8.48
輪 島	6.27	7.96	9.05	9.50	10.95	7.73
金 沢	6.49	8.23	9.36	9.83	11.33	8.14
福 井	5.84	7.41	8.42	8.85	10.20	7.79
鳥 取	5.53	7.01	7.97	8.37	9.65	7.54
浜 田	5.54	7.02	7.98	8.38	9.67	7.93

表 - 17 GPA 分布当てはめによる確率波高 $H_{1/3}$ (m)

地点名	再現期間 R (年)					最大波高
	1	10	50	100	1000	
留 萌	5.90	7.33	8.06	8.32	9.01	7.83
瀬 棚	6.63	8.23	9.06	9.35	10.13	9.43
深 浦	6.77	8.41	9.25	9.55	10.35	10.36
秋 田	6.91	8.58	9.44	9.75	10.56	8.74
酒 田	6.98	8.66	9.53	9.84	10.66	10.65
新潟沖	5.90	7.32	8.05	8.32	9.01	8.48
輪 島	6.31	7.75	8.47	8.72	9.37	7.73
金 沢	6.53	8.02	8.76	9.02	9.69	8.14
福 井	5.88	7.22	7.88	8.12	8.73	7.79
鳥 取	5.56	6.83	7.46	7.68	8.25	7.54
浜 田	5.57	6.84	7.47	7.70	8.27	7.93

前論文においては式 (1) のプロットングポジションとして $\alpha=0, \beta=0$ の定数を用いたのに対し、本論文では $\alpha=0.45, \beta=0$ の定数を用いた。しかし、こうしたプロットングポジションの違いによる確率波高の差は僅少であった。ただし、前論文では北部地域をさらに2地域に区分していたので、今回の計算では留萌から深浦の確率波高が3%弱増大し、秋田から新潟沖

の確率波高が約4%減少している。

表 - 16, 17 に記載した地域共通および単独当てはめの分布関数を観測波高と比較したのが図 - 6 ~ 16 である。ワイブル分布と GPA 分布の両者について、地域共通分布 (region) と単独当てはめ (at-site) の結果を示しているの、合計4通りの分布である。

図 - 6 ~ 16 では、地域共通分布と単独当てはめの分布は地点によってほとんど変わらないケースもあり、また福井港のようにかなり異なるケースもある。所定の再現期間に対する確率波高は、全般にワイブル分布

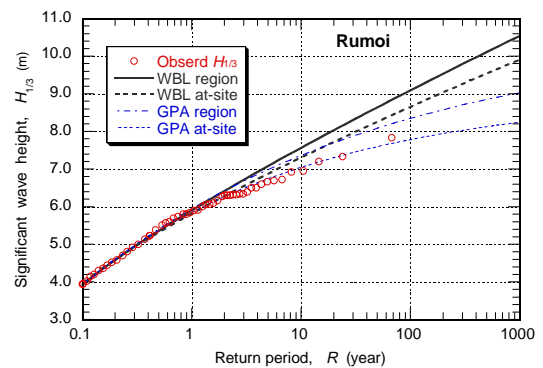


図 - 6 留萌港の観測波高に対する極値分布の当てはめ

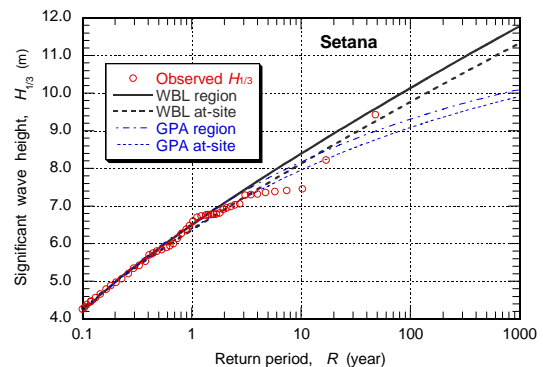


図 - 7 瀬棚港の観測波高に対する極値分布の当てはめ

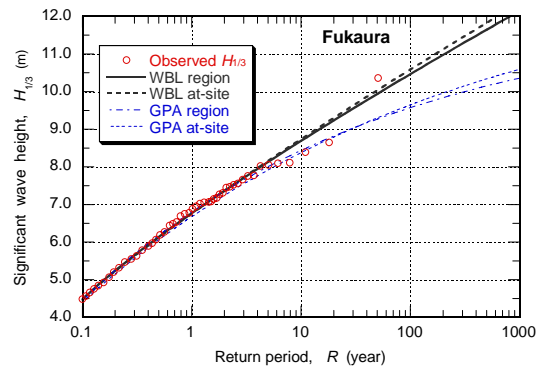


図 - 8 深浦港の観測波高に対する極値分布の当てはめ

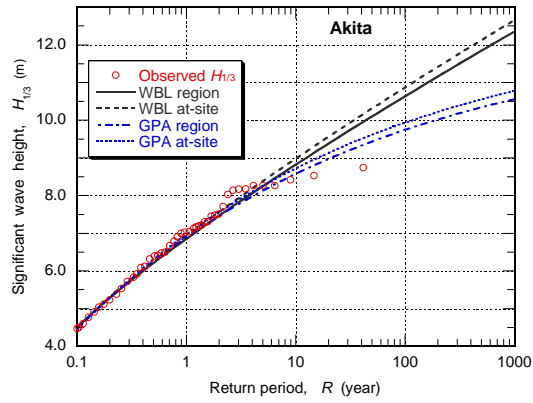


図 - 9 秋田港の観測波高に対する極値分布の当てはめ

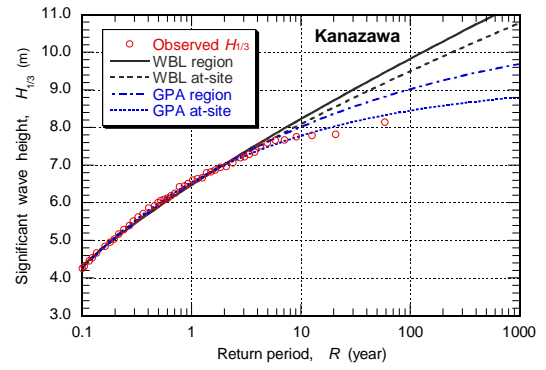


図 - 13 金沢港の観測波高に対する極値分布の当てはめ

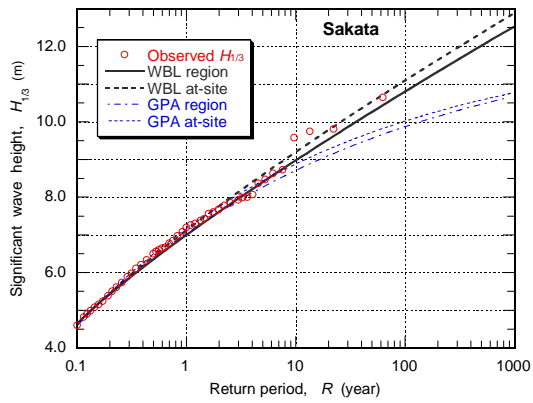


図 - 10 酒田港の観測波高に対する極値分布当てはめ

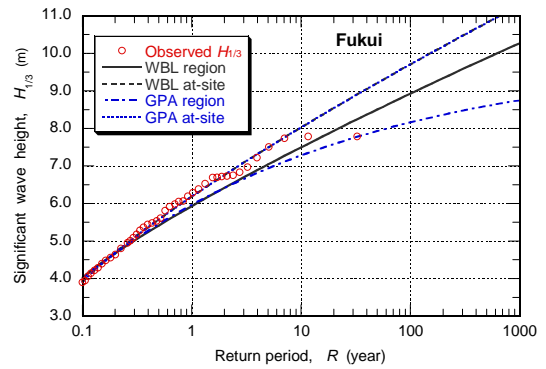


図 - 14 福井港の観測波高に対する極値分布当てはめ

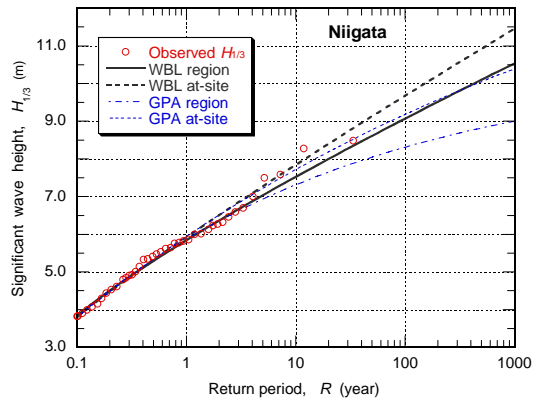


図 - 11 新潟沖の観測波高に対する極値分布の当てはめ

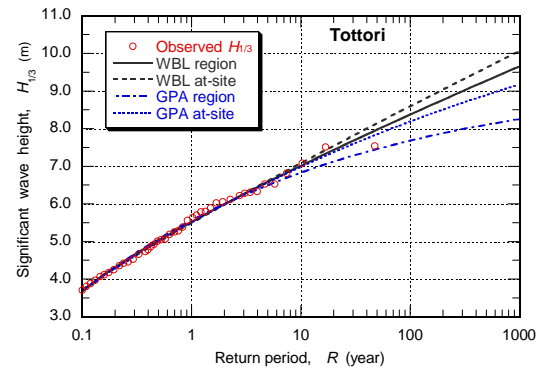


図 - 15 鳥取港の観測波高に対する極値分布の当てはめ

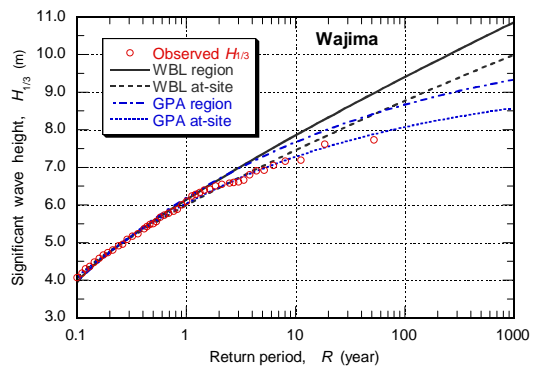


図 - 12 輪島港の観測波高に対する極値分布の当てはめ

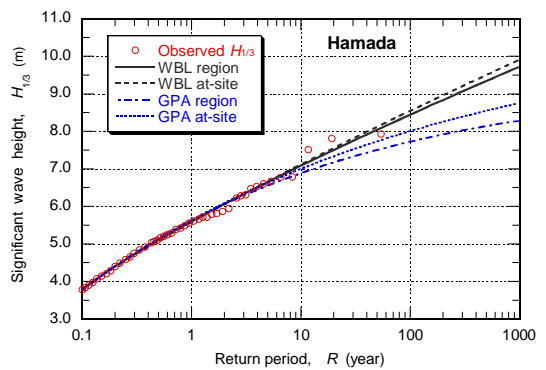


図 - 16 浜田港の観測波高に対する極値分布の当てはめ

のほうがGPA分布よりも大きくなる。地域共通分布による確率波高の推計に際しては平均発生率として加重平均値を用い、北部地域では $\lambda = 13.95$ 、南部地域では $\lambda = 12.08$ の値を用いている。

地点単独に当てはめられた分布は、その地点の観測波高データに最適するように選ばれているので、地域共通分布よりも適合度が高く、それは当然の結果である。観測データとの適合具合は、上位数個のデータとのずれで印象づけられるが、そうした視察によって単独当てはめのワイブル分布がよく適合しているのは、深浦、酒田、新潟沖、浜田の4地点であり、GPA分布の適合度がよいのは留萌、秋田、輪島、金沢の4地点である。残りの瀬棚と鳥取2地点は両分布ともに同程度の適合具合である。福井は第1位のデータの伸びが低いのを除けば、地点単独に当てはめたワイブル分布とGPA分布が重なっており、両者の差がつかない。しかし、地域共通分布からはずれている。

こうしたワイブル分布とGPA分布の適合度の優劣は図-1の波高閾値によるTUDの変化でもある程度判断できる。

一方、地域共通分布は各地点の波高データからかなりずれる場合がある。これは既に図-4, 5で示したように、地域内の複数地点の無次元波高データのばらつきをまとめるような関数を地域共通の分布関数として選択する以上、必然の結果である。すなわち、地域頻度解析法は単独の観測資料に基づくのではなく、地域全体の資料を総合した共通の極値分布を見いだそうとする手法である。Van Gelderほか(2000)は、地域頻度解析の特徴を「時間を空間で代替する」(trading space for time)と説明している。

表 - 18 100年確率有義波高の推定値の比較

地点名	最大波高 (m)	100年確率有義波高 (m)				
		GPA 地域	GPA 単独	WBL 地域	WBL 単独	LSQ-WBL
留 萌	7.83	8.32	7.78	9.08	8.65	8.66
瀬 棚	9.43	9.35	9.09	10.21	9.77	9.52
深 浦	10.36	9.55	9.80	10.43	10.57	10.24
秋 田	8.74	9.75	9.94	10.64	10.87	10.10
酒 田	10.65	9.84	10.02	10.74	11.09	10.98
新潟沖	8.48	8.32	9.18	9.08	9.68	9.07
輪 島	7.73	8.72	8.07	9.50	8.77	8.76
金 沢	8.14	9.02	8.44	9.83	9.49	9.67
福 井	7.79	8.12	8.76	8.85	9.70	9.45
鳥 取	7.54	7.68	8.19	8.37	8.60	8.17
浜 田	7.93	7.70	7.96	8.38	8.55	8.25

ここで地域共通の分布関数当てはめと観測地点単独の当てはめの差異を示す例として、100年確率波高の

推定値を表-18に示す。GPA分布およびワイブル分布のそれぞれについて地域共通ならびに地点単独の分布関数当てはめによる100年確率有義波高の推定値を記載してある。また、表-5の最小2乗法によるワイブル分布の推定値(共通分布)も併記した。表-18で明らかなように、地点単独に極値分布関数を当てはめると隣接する地点間で確率波高がかなり異なるのに対し、地域共通分布を使うとこうした場所的変動が小さく押さえられるのが分かる。

なお、地域共通分布による100年確率波高についてL-モーメント法と最小2乗法による値を比べると、酒田・福井を除いて全体として後者のほうがやや低めである。これは最小2乗法による極値統計解析では形状母数として $k = 0.75, 1.0, 1.4$ 、および2.0という離散的な値しか取り扱えないため、結果として $k = 1.4$ のワイブル分布を当てはめたことによるものである。

日本海沿岸の高波の極値分布としては、ワイブル分布とGPA分布の両方の可能性がある。しかし、後者は再現期間が長くなるにつれて確率波高が頭打ちとなる特性があり、また表-17に示したように有効統計年数18~37年間の観測最大波高が100年確率波高を上回る地点が5箇所も出現するようでは、GPA分布の選択をためらわざるを得ない。構造物設計の立場からは、構造物の安全性を重視し、ワイブル分布を採択するのが適切と考えられる。

7. 今後の検討課題

今回の検討は、地域頻度解析手法をわが国の高波統計に適用した最初の事例であり、また年最大値ではなく、極値時系列データを取り扱った点に特徴がある。わが国の確率降水量については外山・水野(2002)が全国約860地点を解析しているが、対象は年最大値資料である。高波に関してはvan Gelderほか(2000)がオランダ沿岸の9地点の極大値資料を解析しているが、データ数が23~72と小さな標本であり、ワイブル分布は当てはめの候補として取り上げられていない。

また、Maほか(2006)はNOAAのNational Data Buoy Centerが運営するアメリカ西海岸沖の7地点の波浪データを使った地域頻度解析を行っている。統計期間は7~15年で、極大値資料であるがデータ数が30~52と小さな標本であり、ワイブル分布は取り上げられていない。

前論文では、今後の検討課題として波高閾値の選定、L-モーメント法の不偏性と有効性、確率波高の信頼区間の三つを挙げた。後の二つは合田

(2000)の大規模数値実験によってほぼ解決されている。

波高閾値の課題は次のようなものである。すなわち極値時系列を定義するときの波高閾値の選定が試行錯誤によらざるを得ない。本論文では平均発生率がほぼ揃うように0.5 m刻みの値を採用したけれども、海域毎に工夫する必要が生じよう。また、日本海沿岸では台風系の高波の頻度が低いいため、母集団の区分けの必要性が少なかったけれども、太平洋沿岸などでは高波を台風系と低気圧系とに分けた上で波高閾値の選定を工夫する必要が出てくる。

8. まとめ

日本海沿岸のNOWPHASデータベースから観測期間が長い11地点を選び、地域頻度解析手法を用いて各地点の確率波高を算定した。得られた主要な結論は以下の通りである。

- a) 留萌港から浜田港までの日本海沿岸の高波の極値分布は、大局的には形状母数が $k = 1.20$ のワイブル分布でほぼ表示可能である。しかしながら、留萌から新潟沖の日本海北部については形状母数が $k = 1.202$ 、輪島から浜田の日本海南部については形状母数が $k = 1.224$ のワイブル分布を当てはめるほうが適切である。
- b) 各地点の確率波高が推定された。100年確率波高は酒田が最大で10.7 m、最小は鳥取の8.4 mであり、沿岸に沿ってなだらかに変化する。
- c) 極値分布としては一般化パレート分布(GPA)もワイブル分布と同程度にデータに対する適合度が高い。しかしながら、GPA分布は理論的上限値を持ち、高波の極値が頭打ちとなる傾向がある。今回検討した11地点のうち5地点で観測最大有義波高がGPA分布による100年確率波高を上回っており、設計波高選定のための極値分布として適切とは思われない。
- d) これまで使われてきた最小2乗法による統計解析では、共通分布として $k = 1.4$ のワイブル分布が推奨されるが、確率波高は地域頻度解析手法に基づく値よりもやや低めである。
- e) L -モーメント法は極値分布の母数値を直截に推定でき、計算が比較的簡単な長所がある。

謝辞

本論文で使用した高波のデータは港湾空港技術研究所で所管しているNOWPHASのデータベースに基づ

くものであり、データ使用を承認して下さった河合弘泰 海洋情報研究領域長のご厚意に深謝する次第である。

参考文献

- 河合弘泰・合田良実・久高将信・仲井圭二 (2010): 地域頻度解析手法によるわが国沿岸の高潮偏差の極値統計解析, 土木学会論文集B2(海岸工学), Vol. 66, No. 1, pp. 121-125.
- 北野利一・間瀬 肇・喜岡 渉・矢野陽一郎 (2002): 一般化パレート分布による極値波浪解析 - 拡張形状母数の推定 -, 海岸工学論文集, 第49巻, pp. 161-165.
- 合田良実 (2008): 「耐波工学 - 港湾・海岸構造物の耐波設計-」, 鹿島出版会, 第13章, pp. 347-354.
- 合田良実 (2010): L -モーメント法を用いた高波の極値統計解析におけるプロットングポジション公式の選択と各種統計量の信頼区間, ECOH/YG 技術論文 No. 13, 2010年10月11日, 29p.
- 合田良実・小長谷 修・永井紀彦 (1998): 極値波浪統計の分布関数に関する実証的研究, 海岸工学論文集, 第45巻, pp.211-215.
- 合田良実・竹下直樹・永井紀彦 (1999): 太平洋南岸の極値波高の母分布関数について, 海洋開発論文集, Vol. 15, 土木学会海洋開発委員会, pp. 327-331.
- 合田良実・久高将信 (2009): 高波の極値統計解析に対する L -moments 法の適用と分布関数の選択について, ECOH/YG 技術論文 No. 10, 2009年5月7日, 12p.
- 合田良実・久高将信 (2010): L -モーメント法による日本海沿岸の高波の頻度解析について, ECOH/YG 技術論文 No. 12, 2010年4月7日, 13p.
- 合田良実・久高将信・河合弘泰 (2009): L -moments 法を用いた波浪の極値統計解析について, 海岸工学論文集, 第56巻, pp.161-165.
- 外山奈央子・水野 量 (2002): L -moments を用いた地域頻度解析による全国アメダス地点における確率降水量の推定, 気象庁研究時報, 54巻 5 - 6号合併号, pp. 55-100.
- Chowdhury, J. U., J. R. Stedinger, and L.-H. Lu (1991): Goodness-of-fit tests for regional generalized extreme value flood distributions, *Water Resources Res.*, Vol. 27, No. 7, pp. 1765-1776.
- Coles, S. (2001): *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer, 208p.
- Greenwood, J. A., Landwehr, J. M., Matalas, N. C., and J. R. Wallis (1978): Probability weighted moments: Definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form, *Water Resources Res.*, Vol. 15, No. 5, pp. 1049-1064.
- Hosking, J. R. M. (1990): L -moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics, *J. Roy. Statistical Soc., Series B*, **52**, pp. 105-24.
- Hosking, J. R. M. and J. R. Wallis (1997): "Regional Frequency Analysis," Cambridge Univ. Press, 224p.
- Ma, Q.-S., Y.-B. Li, and J. Li (2006): Regional frequency analysis of significant wave heights based on L -moments, *China Ocean Engineering*, Vol. 20, No. 1, pp. 85-98.

van Gelder, P. H. A. J. M., J. De Ronde, N. W. Neykov, and P. Neytchev (2000): Regional frequency analysis of extreme wave heights: trading space for time, *Coastal Engineering 2000 (Proc. 26th ICCE, Sydney)*, ASCE, pp. 1099-1112.