個別波高の分布に及ぼすスペクトル幅および 形状パラメータの影響について

On the Role of Spectral Width and Shape Parameters in Control of Wave Height Distribution

合田良実¹・久高将信²

Yoshimi GODA and Masanobu KUDAKA

¹土木学会名誉会員 工博 横浜国立大学名誉教授(株)エコー 顧問(〒110-014 東京都台東区北上野2-6-4)
 ²土木学会正会員 (株)エコー 沿岸デザイン本部海象解析部長(〒110-014 東京都台東区北上野2-6-4)

Distributions of individual wave heights approximately follow the Rayleigh distribution regardless of the bandwidth of frequency spectra, even though Longuet-Higgins (1952) derived the theory on the condition of narrowband spectrum. The spectral width parameter does not affect the wave height distribution, but it is merely a measure of the minuteness of data sampling interval relative to mean wave period for waves in the sea. A spectral shape parameter introduced by Rice (1945) for wave envelope amplitude is a better measure of describing a slight departure of wave height distribution from the Rayleigh. Several sets of previous wave simulation data and field measurement records have been re-analyzed to verify the above findings.

Key Words: Wind waves; significant wave; Wilson's formulas; minimum duration

1.まえがき

波浪は海に起きる諸事象の中でも最も興味のある現象 であり,いろいろな観点から研究が続けられている。波 浪の統計的性質も研究対象の一つであり,特に個々波の 波高や周期の統計分布は1950年代から研究されてきた。 そうしたなかでLonguet-Higgins (1952)は,波の周波数 スペクトルの帯域幅が狭いことを条件として個々波の波 高がレーリー分布に従うことを明らかにした。

その後,各種の観測データが蓄積されるにつれて,波 高がほぼレーリー分布に従うことが確認され,最大波高 H_{max},有義波高H_{1/3},平均波高 H など各種の波高相互 の比率が,確率的な期待値として算出された(たとえば 合田(1990)参照)。そして,海岸・港湾における教科書 や技術基準類にも,波高のレーリー分布が既知のことと して記述されるようになった。しかしながら,技術書に よっては波高のレーリー分布が狭帯域スペクトルに限ら れるような記述が見られ,また研究論文でも狭帯域スペ クトルを前提とするものが少なくない。

既に Goda (1970) や合田 · 永井 (1974) が例示したよう に,個別の波をゼロクロス法で定義する限り,波の周波 数スペクトルが広範囲に変化しても,波高のレーリー分 布はほぼ成立する。ただし,レーリー分布に厳密に従う 場合には,有義波高*H*_{1/3}とスペクトルの0次モーメント *m*₀との間に式(1)の関係が成立するけれども,実際の波 浪では比例係数が約3.8と理論値の約5%減の値にとど まる。

$$H_{1/3} \cong 4.004 \,\eta_{rms} = 4.004 \,\sqrt{m_0} \tag{1}$$

ここに, η_{ms} は波形の自乗平均平方根値, m_0 は式(2)においてn=0としたものである。

$$m_n = \int_0^\infty S(f) f^n df \tag{2}$$

ここに, f は周波数, S(f)は周波数スペクトルである。

式(1)の関係は,波形記録を個々波に分析することな しに波のスペクトルから有義波高を算出するためにしば しば利用される。特に欧米では,1960年代から波浪ブ イ(wave rider)による観測が一般化したが,そこではブ イ内部の演算回路で周波数スペクトルを計算した結果の みをテレメータ送信し,波形データは保存しなかった。 このため,わが国のように有義波高や有義波周期の情報 が得られず,その代替として式(1)による推定値を用い てきた。この場合,差異を明確にするため,この推定値 に対しては*H_{m0}の*表記が用いられる。

また,スペクトルによる平均周期としては式(3)によるT₀₂あるいは式(4)によるT₀₁が用いられる。

$$T_{02} = (m_0/m_2)^{1/2}$$
(3)

$$T_{01} = m_0/m_1 \tag{4}$$

式(1)あるいは $H_{1/3} \cong 3.8 \eta_{\text{ms}}$ の関係は通常の波浪に

対して適用できるとしても,最近の港内静穏度に関連し て話題になっている長周期波についても適用できるかの 疑問が生じてきた(沿岸センター2005)。

そこで,個々波の波高分布がどれだけレーリー分布で 近似できるか,その際に周波数スペクトルがどのように 影響するかを改めて検討してみた。検討に当たっては, 著者が以前に行った波形の数値シミュレーションデータ, 現地波浪観測データに加えて,最近のNOWPHASデー タを借用して解析した結果を用いる。

本論文では,最初に使用する数値シミュレーションお よび現地波浪データを紹介する。次にスペクトル幅パラ メータとして2種類の定義があることを述べ,それらが 波高分布に及ぼす影響について論じる。また,その値が 波形記録の相対読み取り間隔に依存することを説明する。 そして,波高分布は Rice (1945)によるスペクトル形状 パラメータに大きく影響されることを説明する。さらに, この形状パラメータが周期分布となり得ることを紹介す る。

2.波形の数値シミュレーションデータ

(1) 数値計算に用いる周波数スペクトル

著者は以前に,所定のスペクトル形状を持つ不規則波 形の線形数値シミュレーションを行っている。最初は, 周波数スペクトルとして式(5)~(7)の関数形を取り上げ た(Goda 1970)。

F型スペクトル:

$$S(f) = A f^{-5} \exp[-1.25 f^{-4}]$$

: $f_{\min} = 0.5, f_{\max} = 2.0 - 10.0$ (5)

M型スペクトル:

$$S(f) = A f^{-m} \exp[-1.25 f^{-0.8m}]$$

: $f_{\min} = 0 - 0.95, f_{\max} = 1.25 - 5.0$ (6)

D型スペクトル:

$$S(f) = A \begin{cases} f^{-5} \exp[-1.25f^{-4}] \\ + \alpha(2.5f)^{-10} \exp[-1.25[(2.5f)^{-8} - 1]] \end{cases}$$
(7)
: $f_{\min} = 0.3, f_{\max} = 6.0$



図 - 1 F型およびM型スペクトルの形状



図 - 2 D型スペクトルの形状

このうち,F型スペクトルは風波の標準スペクトルで あるPierson・Moskowitz型あるいはBret-schneider・光易 型と同一の関数形であり,スペクトルのピーク周波数を f_p =1.0に設定している。そして,スペクトルの上限周波数を f_{max} =2.0から10まで6通りに変えて設定した。定数Aは,0次モーメント m_0 が1となるように調整するためのものである。

M型スペクトルは,スペクトルピークの尖鋭度を変 化させるため,高周波数側の周波数のべき指数 mを0.5, 1.25,2.5,10,20,50と大幅に変化させた。また,低周波 数側の立ち上がりを規定する指数関数内の周波数のべき 指数は高周波数側の0.8倍に設定した。



図 - 3 J型スペクトルの形状



図-4 W型スペクトルの形状

D型スペクトルは風波とうねりの混在状態を模擬した もので,風波はスペクトルのピーク周波数を f_p =1.0,う ねりはピーク周波数を f_p =0.4とした。そして,風波に 対するうねりのスペクトル密度比が α =0.2, 1, 5, 25倍の 場合の4種類を扱った。これらのうち,F型とM型周波 数スペクトルの形状を図 - 1 に示す。また , 図 - 2 はD 型スペクトルである。

この数値シミュレーションの主要部分を実施したのは 1969年8月である。当時のメインフレームコンピュータ であるTOSBAC 3400を使用したけれども,計算能力は 今から見れば極めて小さいものでしかなかった。このた め,一つのスペクトル形状に対して波形を変えた5~10 回の繰り返し計算を行うのが限界であった。シミュレー ションの方法としては,周波数領域を等比級数で分割し て成分波の周波数を定め,当該周波数におけるスペクト ル密度と隣り合う周波数の間隔からスペクトルの面積を 求めて成分波の振幅を確定論的に定めた。成分波数は 50~100とし,三角関数の級数和として波形を再現した。 成分波の位相は模擬乱数を用いて0~2πに一様に分布 させた。

数値計算では,シミュレーション波形がゼロクロス法 で定義される200波が含まれるように記録長を調整した。 また,計算点の時間間隔△tは波形の極大・極小点を見 落とさないように,1/(5fmax)以下の値を選んで使用した。

その後1987年度には,修正JONSWAP型および修正 Wallops型スペクトルの定数値を求めるための数値シ ミュレーションを行った(Goda 1988)。このときの周波 数スペクトルの関数形は式(8),(9)である。

J型スペクトル:

$$S(f) = A f^{-5} \exp[-1.25 f^{-4}] \gamma^{\exp[-(f-1)^2/2\sigma^2]}$$

: $\sigma = 0.07$ for $f < 1$, $\sigma = 0.09$ for $f \ge 1$ (8)
: $f_{\min} = 0.6$, $f_{\max} = 6.0$

W型スペクトル:

$$S(f) = A f^{-m} \exp[-(m/4) f^{-4}]$$

: $f_{\min} = 0.6, f_{\max} = 6.0$ (9)

修正 JONSWAP型(J型)スペクトルについては,ピー ク増幅係数 γ が1.5,2,3.3,5,7,10,14,20の8ケースを取 り上げ,修正Wallops型(W型)スペクトルについてはべ き指数mが3,4,5,6,8,10,14,20の8ケースとした。な お,m=5のケースはJ型の $\gamma=1$ と同じである。このJ型 およびW型スペクトルの幾つかを図-3,4に示す。

この数値シミュレーションでは,最大周波数を $f_{max} = 6f_p$ (したがって計算点間隔 $\Delta t = T_p/12$)に設定し,逆 FFT法を用いて4096点の波形(=341.3 T_p)を1回ごとに算 出した。そして,各スペクトル形状ごとに2000種類の 波形を計算し,波浪統計量の統計的変動性を調べた。逆 FFT法を適用した際には,各成分波のエネルギーがカイ 自乗変数であることを考慮し,統計的変動性が再現され るように工夫してある。 (2) 数値シミュレーション波形における波高分布 線形重ね合わせによる数値シミュレーションで得られ た波形について、ゼロアップクロス法で個々波を定義し、 波高の度数分布を求めて確率密度関数の形に表したもの を図 - 5~7に示す。いずれも5~10回の繰り返し計算の 集合平均であり、比較のためにレーリー分布の理論値を 実線で示してある。



図 - 5 M型スペクトル(m=20)における 波高の確率密度分布



図 - 6 F型スペクトル(m=5)における 波高の確率密度分布

スペクトルのピークが鋭いm=20のM型スペクトルの 場合には,図-5のように,波高分布はレーリー分布に 極めて近い。風波を代表するm=5のF型スペクトルでは, レーリー分布に比べて波高の最頻値付近の出現率がやや 高く,大波高の部分の出現率がやや低い。しかし,全体 としてはレーリー分布にかなり近い形である。うねりに 少し風波が重なった二山形スペクトルD-4型では,波高 の小さい波の割合が多く,中程度の波高の出現率が低く なって,波高分布はレーリー型とかなり食い違う。それでも,波高の大きな部分ではレーリー分布との乖離が小さい。したがって, $H_{1/3}/\eta_{ms}$ の比率もレーリー分布による4.0の値に近いことが予想される。



3.現地波浪観測データの概要

(1) 現地波浪観測データの種別

本論文では4種類の現地波浪観測データを用いてスペ クトルのパラメータと波高分布の関連について検討する。 第1は,合田・永井(1974)が波浪の統計的性質の検討に 使用した5港の観測資料であり,これを早期波浪観測 データと呼ぶ。

第2は,地球の約1/4周を伝播してコスタリカのカルデ ラ港まで伝播した超遠地うねりのデータ(Goda 1983)で ある。3番目は全国港湾海洋波浪情報網 (NOWPHAS) での観測データの一部を借用するもので,近時波浪観測 データと呼ぶ。最後は,高知港で解析された長周期波の スペクトルデータである。

なお,近時波浪観測データおよび高知港長周期波のスペクトル値および有義波高等の情報については(株)エコーの久高将信氏のご協力によって入手したものである。

(1) 早期波浪観測データ

合田・永井(1974)が使用した現地データは,表-1に 記載した5港の観測値である。まず名古屋港のデータは, 1969年度に高潮防波堤外のロボット観測塔および堤内 の2箇所の観測櫓に取り付けられた容量式波高計で観測 したものであり,総計92データである(合田・永井・伊 藤1971)。このうち,32データは周波数スペクトルが 複数のピークを示す。この名古屋港の波浪データはほぼ 深海波とみなされる。

観測地点	波高計	水深	Δt	$H_{1/3}$	$T_{1/3}$
		(m)	(s)	(m)	(s)
名古屋港	容量式	-7.2	0.17	0.2 - 1.4	1.8 - 4.0
		-7.7	0.25		
留萌港	階段抵抗	-11	0.5	2.2-7.1	5.9-11.7
山背泊港	同上	-12	0.5	1.9-6.2	7.7 – 15.6
苫小牧港	同上	-10,	1.0	2.9 - 5.8	7.7 – 10.9
		-13	0.5	2.6 - 2.8	6.7-7.5
同上	超音波式	-20	0.5	2.4 - 2.5	6.9-7.4
金沢港	同上	-20	1.0	1.0-6.8	4.7-12.4

表 - 1 合田・永井が解析した波浪観測データの概要

留萌港,山背泊港,および苫小牧港のデータは旧北海 道開発局から観測データを提供していただいたものであ る。留萌港は1968年と1970~1972年,山背泊港は1970 年,苫小牧港は1965年と1972年の観測記録である。金 沢港のデータは旧運輸省第一港湾建設局から提供してい ただいたもので,1970~1972年の観測記録である。留 萌港のデータは44個,山背泊港は9個,苫小牧港は13個, 金沢港は13個である。これらのデータは浅海域の波の ものである。

(3) 超遠地うねりのデータ

カルデラ港は,中米コスタリカ国の太平洋岸に1970 年代後半から1980年代前半にかけて開発された港であ る。この港に対するわが国の技術援助の一環として超音 波式波高計が設置され,波浪観測が行われた。中米から 南米にかけての太平洋沿岸には,南極海で発生した高波 がうねりとなり,赤道を超えて伝播する現象が卓越する。 カルデラ港でも1981年5月に,有義波高1.6~3.5m,有 義波周期15~18sの典型的なうねりが3度にわたって記 録された。Goda (1983)は,これらのうねりが南緯50°~ 60°,西経120°~160°のニュージーランド南東沖海域で 発生し,カルデラ港まで7,000~9,000kmの距離を5~7 日をかけて伝播したことを解明した。

これらのうねりの周波数スペクトルはピークが極めて 鋭く立ち上がっており,修正 JONSWAP 型スペクトル を当てはめると,ピーク増幅係数 γ が平均で8~9,高周 波数側の減衰が $f^{-8} \sim f^{-10}$ に相当するものであった。また, スペクトル成分波間の非線形干渉によって発生する2次 スペクトルが,低周波数側および高周波数側の両方に顕 著に現れることも特徴的であった。

カルデラ港については,30分間の波形記録51データ を解析対象とした。全データの有義波高の平均は2.60m, 有義波周期の平均は16.7sであった(合田 1985)。

(4) 近時波浪観測 データ

現在,独立行政法人港湾空港技術研究所では,国土交 通省港湾局,各地方施設整備局,北海道開発局,沖縄総 合事務局,国土技術政策総合研究所との相互協力の下に, 「全国港湾海洋波浪情報網(NOW-PHAS)」を展開し, 日本沿岸55地点の波浪定常観測を実施している。このた びは港湾空港技術研究所海洋情報研究室長永井紀彦博士 の許可を得て,2003年のむつ小川原港,上川口港,お よび中城港の3地点,各4日間の観測成果を利用した。 対象期間は,うねりと風波が混在して周波数スペクトル が二山形となる場合を含むように選んだ。この3地点の 観測データの概要を表-2に示す。データ数は各地点と も48個である。

また以前に著者(合田 1985)は,1985年2月の酒田港の 観測記録を解析して統計的性質のデータの一部としたこ とがある。このときの個別の波形データ等は保存されて いないが,有義波高1.0m以上の188ケースの平均値が 研究ファイルに記載されているので,その結果も適宜利 用する

表-2 近時波浪観測データの概要

観測地点	波高計	水深	Δt	$H_{1/3}$	T _{1/3}
		(m)	(s)	(m)	(s)
むつ小川	超音波式	-49	0.5	0.4-3.7	3.9-12.8
原港					
上川口港	同上	-25	0.5	0.5-2.8	4.7-9.9
中 城 港	同上	-46	0.5	1.3-4.5	5.7-11.2
酒 田 港	同上	-49	0.5	平均 2.4	平均 7.2

(5) 長周期波スペクトルデータ

近年は,港内静穏度その他の観点から波浪の長周期成 分について関心が集まっており,NOWPHASにおいて も周波数帯別のエネルギー波高を常時計算し,出力して いる。港湾によっては,長周期波を対象とした特別の調 査解析を行っている。たとえば,旧運輸省第三港湾建設 局神戸調査設計事務所では平成11年度に,高知港の波 浪の観測記録に含まれる長周期波成分を検出して解析し た(神戸調設1999)。

方法としては水深-48mの超音波式波高計の連続出力 にローパスフィルターをかけて△t=5sで波形を出力させ, 2時間ごとの連続1024個のデータ(5120s)を対象として 高速フーリエ変換を行う。そして,そのうちf_c=1/30Hz 以下のフーリエ振幅を用いて逆FFT変換を行って長周 期波の波形を再現するものである。

この調査報告書には51事例の長周期波形から算出した波高分布の図表が記載されており,ゼロアップクロス法で求めた有義波高も付記されている。このうち,波形の自乗平均平方根値 η_{ms}が5cm以上のデータ29ケース

を対象として解析を行った。長周期波の有義波高は0.18 ~0.63 mであった。なお,報告書にはηmsの値も付記さ れていたが,スペクトルの数値から求めた値よりも若干 小さい傾向があったため,ここではスペクトルから再計 算したmoに基づく値で整理した。



図-8 高知港の長周期波の無次元スペクトル

図 - 8は,高知港における長周期波のスペクトルの事 例である。スペクトルは $\Delta f = 1/5120$ Hz ごとに算出され た値を5本の単純平均として平滑化し,さらに連続する $4 \sim 5$ ケースの集合平均として提示している。ただし, スペクトルの積分値が $m_0 = 1$ となるように無次元化して 表示している。上述のように,長周期波をf < 1/30 Hz の 波浪成分として定義しており,この範囲ではほぼ一様な スペクトル密度となっている。

4.波浪のスペクトル幅パラメータの影響力

(1) スペクトル幅パラメータの定義

Longuet-Higgins (1952)が最初にレーリー分布の適用 性を証明したときには,スペクトルの帯域幅を定義する ことなく,幅が狭い場合とのみ述べていた。 その後,Cartwright・Longuet-Higgins (1956)が波形の極 大・極小値の統計理論を発表した際に,式(10)のスペク トル幅パラメータ εを導入した。

$$\varepsilon = \left[1 - m_2^2 / (m_0 m_4)\right]^{1/2} \quad : \quad 0 \le \varepsilon \le 1 \tag{10}$$

そして *ε*<<1 を狭帯域の条件とした。波形の極大・極小 値の理論の妥当性は, Goda (1970)が数値シミュレー ションで作成した波形の解析によって確認されている。

さらに, Longuet-Higgins (1975)は波高と周期の結合 分布の理論を発表する際に,もう一つのスペクトル幅パ ラメータッを式(11)のように定義した。

$$v = [m_0 m_2 / m_1^2 - 1]^{1/2} \quad : \quad 0 \le v \le 1$$
 (11)

そして,二つのパラメータの間には式(12)の関係がある ことを証明した。

$$\nu \cong (1/2)\varepsilon \tag{12}$$



パラメータ*vとε*の関係

図 - 9はこの式(12)の関係を後述の数値シミュレー ション結果で調べたものであり,図 - 10は同じく現地 波浪データについて検討したものである。図中に Approx.と記入した直線は式(12)の関係を示している。 図 - 9によれば,線形シミュレーションではスペクトル の形状が極端に平らであったり(M型の一部),二山形 (D型)でなければ,スペクトル幅スペクトル *c*のかなり 広い範囲で式(12)の関係が成立する。しかし,現地デー タの場合には両パラメータともに値が大きく,広範囲に 広がるために式(12)の関係を確認することはむずかしい。 一方,現地波浪観測データについて二つのスペクトル 幅パラメータの関係を調べた結果を図-10に示す。早 期データについてはνパラメータの値が計算されていな いものもあるため,データ個数はやや少なくなっている。

データの分散が大きいため確言できないけれども, ε <0.8の範囲であれば式(12)の関係が認められる。しかし, ε が0.8程度以上になるとvも急激に大きくなる傾向にある。

(2) 波高比H_{1/3}/η_{ms}に及ぼすスペクトル幅パラメータε
 の影響

次に,波高分布がレーリー分布に従う度合いの指標として波高比H_{1/3}/η_{ms}を取り上げる。前述のように,レーリー分布では式(1)のようにこの比率が4.004となる。まず,数値シミュレーションの波形については図-11の結果が得られる。



図 - 11 数値シミュレーションにおける波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ とパ ラメータ ϵ との関係

数値シミュレーションのデータのうち,繰り返し回数 が少ないF,MおよびD型スペクトルについては,平均 値に対する標準偏差の推定値の大きさに相当する線分を 平均値の上下に付けて表示している。図から明らかなよ うに,スペクトル幅パラメータεが小さいときには波高 比H_{1/3}/η_{ms}が理論値の4.004に近く,εが増大するにつれ て波高比が次第に小さくなる。それでも,スペクトル形 状が非常に平たいM型スペクトルの3ケースおよび二山 形のD型スペクトルの2ケースを除けば,波高比は3.7 以上の値を保持している。すなわち,数値シミュレー ション波形の個々波の波高はスペクトル形状に関わりな く,レーリー分布にかなり近い分布を示すといえる。

なお,修正JONSWAP型スペクトルは,ピークの増 幅係数γを大きくとることによってピークが鋭く尖るよ うになるけれども,高周波数側の形状は相似形にとどま るため,スペクトル幅パラメータεはほとんど変化しな い。これに対して修正Wallops型スペクトルの場合には, 高周波数側の周波数のべき指数を変えてスペクトル形状 を変えるため,スペクトル幅パラメータεが広範囲に変 化する。

次に,現地観測データについて波高比H_{1/3}/η_{ms}をとス ペクトル幅パラメータεの関係を調べた結果を図 - 12に 示す。ただし,留萌港と山背泊港のデータは後で述べる ように波の非線形性の影響が強いため,この図には記載 していない。



図 - 12 現地データにおける波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ とパラメータ ε との関係

図 - 12に見られるように,スペクトル幅パラメータ ε の大半は0.75 ~ 0.95の値をとり,この範囲では波高比 $H_{1/3}/\eta_{\rm rms}$ が ε とは無相関に3.5 ~ 4.3の範囲に散らばっている。

この図 - 11, 12の数値シミュレーションおよび現地波 浪データの結果から,スペクトル幅パラメータ *ε*は波高 比*H*_{1/3}/η_{ms}に対して影響力を及ぼすことがないと結論す ることができる。

(3) 波高比H_{1/3}/η_{ms}に及ぼすスペクトル幅パラメータν の影響

次に,周波数スペクトルの帯域幅を表すもう一つのパ ラメータ,すなわち式(11)で定義される vの影響につい て検討してみる。図 - 13は,数値シミュレーション波 形から得られる波高比H_{1/3}/η_{ms}とvの関係をプロットし たものである。

スペクトル幅パラメータ ν の場合は,修正JONSWAP 型のピーク増幅係数 γ の大きさに応じてその値がかなり 変化し,Wallops型スペクトルとの差異が小さい。この ため,図 - 11のパラメータ ε の場合よりも波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ に及ぼす影響がやや分かりやすくなっている。 一方,現地波浪データの場合には図-14のような結 果となる。数値シミュレーションとは異なり,波高比は 広い範囲に分散し,スペクトル幅パラメータッとの相関 が認められない。したがって,スペクトル幅パラメータ *v*もまた波高比*H*_{1/3}/*ŋ*_{ms}に影響を及ぼさないといえる。



図 - 13 数値シミュレーションにおける波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ とパ ラメータ ν との関係



図 - 14 現地データにおける波高比 *H*_{1/3}/ η_{ms} とパラメータ *v* との関係

(4) 波形データ読み取り間隔がスペクトル幅パラメータ に及ぼす影響

このように,スペクトル幅パラメータが波高分布にほ とんど影響を与えないのは,海の波の場合にはスペクト ルの高周波数側が相似形である,すなわちスペクトル密 度がほぼf⁵則によって減衰するためである。

スペクトル幅パラメータ算出の基礎となるスペクトル モーメントは式(2)で定義されるけれども,実際の観測 データでは積分の上限値が無限大ではなく,式(12)のよ うに, $f_{\text{max}} = 1/2\Delta t$ で頭打ちとなる。ここに, Δt は波形 データの読み取り時間間隔である。

$$m_n = \int_0^{f_{\text{max}}} f^n S(f) df \quad : f_{\text{max}} = \Delta t/2 \qquad (12)$$

スペクトルの高周波数側が f^{-5} に比例し, f_{max} が無限大 であれば $m_4 = \infty$ となり,式(10)の定義によって ε =1と なる。しかし, f_{max} が有限であれば m_4 も有限な値となり, ε <1となる。スペクトル幅パラメータ ε の値は, f_{max} が ピーク周波数 f_p あるいは平均周波数 \bar{f} からどれだけ離れ ているかによって決まることになる。 f_{max} はデータの読

み取り間隔 Δt で定まるので,結局,海の波のスペクト ル幅パラメータ ε は平均周期に対する読み取り間隔の比 率 $\Delta t/\overline{T}$ に支配されることになる。



図 - 15 スペクトル幅パラメータ ε と波形の相対読み取り間隔 $\Delta t/T$ の関係



図 - 16 スペクトル幅パラメータvと波形の相対読み取り間隔 $\Delta t/\overline{T}$ の関係

図 - 15はこのことを確認するため,現地波浪データ についてスペクトル幅パラメータ Eと波形の相対読み取 り間隔 $\Delta t/\overline{T}$ の関係を調べたものである。現地データは 散らばりが大きいものの,相対読み取り間隔が大きくな るにつれてスペクトル幅パラメータの値が減少する傾向 が明らかである。データのばらつきは,周波数スペクト ルの形状がさまざまであることによると考えられる。な お,数値シミュレーションは,以前にM型スペクトル でm=4に設定して行った結果であり,現地データがこ のシミュレーション結果の周りに散らばることは,スペ クトルの高周波数側が f^{-5} よりも f^{-4} に近いことを示唆す る。

もう一つのスペクトル幅パラメータvの場合には,図 - 16に示すように,波形の相対読み取り間隔 $\Delta t/\overline{T}$ との 間に一義的な関係が見られない。これは,パラメータvの場合にはスペクトルの2次モーメントまでしか関係し ないため,積分の上限周波数 f_{max} の値よりも,スペクト ル形状そのものの影響が大きいためと考えられる。

5.波高比H_{1/3}/η_{ms}に及ぼす波の非線形性の影響

これまでに述べてきたように,海の波は波高の分布が レーリー型よりも分布幅がやや狭く,波高比H_{1/3}/η_{ms}が 理論値の4.004よりも若干小さな値を示す。しかし,浅 海域で波高の大きな波の場合には,逆に波高の分布が レーリー型よりも広くなり,波高比も4.0を超える場合 が多くなる。これは波の3次干渉による波高の見かけの 増大によるものである。著者は早期波浪観測データを用 いて波高比H_{1/3}/η_{ms}と波の非線形性パラメータとの関係 を例示した(Goda 1983,合田 1990:図 - 9.14)。



図 - 17 波高比*H*_{1/3}/*η*_{ms}と波の非線形性パラメータΠ_{1/3}との 関係

今回はカルデラ港(平均値)および近時波浪観測デー タを加えて同様の整理をした結果を図-17に示す。図 の横軸は,式(14)で定義される波の非線形性パラメータ Π_{1/3}である。

$$\Pi_{1/3} = (H_{1/3}/L_A) \coth^3(2\pi h/L_A)$$
(14)

ここに, L_A は微小振幅波理論(Airy)に基づく波長で,有 義波周期を用いて計算している。このパラメータは,深 海域では波形勾配 $H_{1/3}/L_A$ に等しく,浅海域ではアーセ ル数 $H_{1/3}L_A^2/(2\pi h)^3$ となる。このパラメータが大きいほ ど,波の非線形性が強いことを表す。

図 - 17から明らかなように,非線形性パラメータ $\Pi_{1/3}$ が0.1程度以下の範囲では,波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ がほぼ3.5 ~ 4.1の範囲に分散している。しかし, $\Pi_{1/3}$ が0.1を超える領域では,波の非線形性が強まるにつれて波高比が増大する傾向が明らである。

なお,不規則波の波高分布に及ぼす波の非線形性の影響については,Longuet-Higgins (1980), Tayfun (1983) その他の理論的研究がある。

6.スペクトル形状パラメータの影響力

(1) スペクトル形状パラメータの定義

これまでに述べたように,周波数スペクトルの帯域幅 を表すパラメータ *ε*, *v* のいずれも波高分布にほとんど 影響力を発揮することがない。しかし,波高分布がスペ クトル形状によって僅かながら影響を受けることは,図 - 11,13などの数値シミュレーションの結果から明らか である。

スペクトルの形状を表すパラメータとしては,既に Rice(1945)が次のようなものを提案している。

٦

$$r^{2} = \rho^{2} + \lambda^{2}$$

$$\rho = \frac{1}{m_{0}} \int_{0}^{\infty} S(f) \cos 2\pi (f - \bar{f}) \tau df$$

$$\lambda = \frac{1}{m_{0}} \int_{0}^{\infty} S(f) \sin 2\pi (f - \bar{f}) \tau df$$

$$(15)$$

ここに, τ は遅れ時間であり, 平均周期に等しく設定される。Rice (1945) は不規則雑音の包絡線振幅の理論を導く際にこのパラメータを定義した。

この包絡線振幅の理論は,後にKimura (1980)によっ て波高の連長の理論に援用され,さらに Battjes・van Vledder (1984), Longuet-Higgins (1984) がそれを精密化 している。

一方, Tayfun (1981) は波の山と谷が包絡線で定義され, その出現に時間差があるるところから, 両者の相関

出現確率を Rice (1945)の理論で求めた。そして, 遅れ

時間を $\tau = \overline{T}/2$ としたときのパラメータrを用いた波高

分布の理論式を誘導した。またパラメータrについては, スペクトル幅パラメータrによる近似式を示した。しか し,Forristall (1984)は近似式を使わずに,式(15)を直接 に計算してパラメータの値を求めることを推奨している。 そして,このパラメータを使うとTayfun (1981)の波高 分布理論が現地波浪データに適合することを例証してい る。また,このパラメータが帯域幅よりもスペクトル形 状をより適切に表示するとコメントしている。

式(15)の定義式は,また式(16)のように書き表すこと ができる。この表記は,著者 (1990)が先に波高の連長 の理論を紹介する際に使用し,そのときには包絡波形相 関パラメータと名付けた。しかし,ここでは Forristall (1984)のコメントを参考にしてスペクトル形状パラメー タと呼ぶことにする。このパラメータは $0 \le \kappa(\overline{T}) \le 1$ の 値をとり,スペクトルのピークが鋭く尖るときには1に 近い値となり,白色雑音のように一様なスペクトル密度 のときには0となる。

$$\kappa(\overline{T})^{2} = \left| \frac{1}{m_{0}} \int_{0}^{\infty} S(f) \cos 2\pi (f - \overline{f}) \overline{T} df \right|^{2} + \left| \frac{1}{m_{0}} \int_{0}^{\infty} S(f) \sin 2\pi (f - \overline{f}) \overline{T} df \right|^{2}$$
(16)
$$= \left| \frac{1}{m_{0}} \int_{0}^{\infty} S(f) \cos 2\pi f \overline{T} df \right|^{2} + \left| \frac{1}{m_{0}} \int_{0}^{\infty} S(f) \sin 2\pi f \overline{T} df \right|^{2}$$

(2) 波高比H_{1/3}/η_{ms}に及ぼすスペクトル形状パラメータ κ(T₀₁)の影響

これまでに紹介した数値シミュレーション波形における波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ のデータをスペクトル形状パラメータ $\kappa(\overline{T})$ に対してプロットすると,図-18の結果が得られる。なお以下においては,平均周期 \overline{T} としてスペクトルモーメントから算定される式(4)の T_{01} を用いた結果を示す。この図には波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ の平均値とその信頼区間(2シグマ限界)を示している。JONSWAP型とWallops型スペクトルは2000回のシミュレーションの平均値であるため,信頼区間の幅は極めて狭く,ここには示していない。

M型スペクトルの場合には図 - 1に示したようにスペ クトルの形を大幅に変えているので,形状パラメータの 値も0.03 ~ 0.98 と大幅に変化し,それに応じて波高比 H_{1/3}/η_{ms}も滑らかに変化している。他のスペクトル関数 の結果も,D-3とD-4型スペクトルを除けば,共通の変 化傾向を示しており,全体として波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ とスペ クトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ の関係曲線(図の凡例の Mean)を描くことが可能である。すなわち,波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ の値はスペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ によっ て規定されると言える。



図 - 18 数値シミュレーションにおける波高比 $H_{1/2}/\eta_{ms}$ とパラメータ $\kappa(T_{01})$ との関係

図中の破線はシミュレーション結果に3次曲線を当て はめた経験的関係であり,次のように表示される。

 $H_{1/3} / \eta_{rms} = 3.459 + 1.353\kappa - 1.385\kappa^2 + 0.5786\kappa^3 \quad (17)$

現地波浪観測データの場合に同様な整理をすると,図-19の結果が得られる。表-1に記載した早期波浪観測 データについては,スペクトル情報が保存されていない ため,形状パラメータ κ(T₀₁)を算出することができず, ここでは記載していない。

平均値で示しているカルデラ港と酒田港のデータは数 値シミュレーションで得られた関係曲線にほぼ乗ってい る(酒田港のデータは他港の記号に埋まっている)。個 別のデータをプロットしているむつ小川原港を含む4港 の場合にはデータの散らばりが大きいため,判断がむず かしい。しかし,高知港の長周期波のデータがスペクト ル形状パラメータの値が小さく,波高比H_{1/3}/η_{ms}が3.2 ~3.7と小さくなっていることによって,全体としては 数値シミュレーションで得られた波高比と形状パラメー タの関係をほぼ裏付けている。

現地データのうち,風波とうねりの重畳によってスペクトルが二山形になっているものは,黒丸で示した。これらのデータは,他のデータ(単峰型スペクトル)よりも波高比が全体として小さくなっている。このスペクトル二山形の影響は図-12の名古屋港の現地データでも認められたところであり,何よりも図-18の数値シ

ミュレーションによる結果で明瞭に現れている。した がって,うねり成分が卓越する二山形スペクトルの場合 には,波高比*H*_{1/3}/η_{ms}が若干低下すると言えよう。



図 - 19 現地データにおける波高比*H*_{1/3}/ η_{ms}とパラメータ κ (*T*₀₁) との関係

個別のデータのばらつきが大きいのは,母集団が同一 条件であっても,不規則波の波形が具体化した標本ごと に異なる波形となり,有義波高等の統計量が変動するた めである。たとえば,1回の記録から得られる有義波高 は,記録中に100波含まれていたとすると約6%の変動 係数を伴うと推定される(合田 1990,表 - 9.4参照)。 波高比の平均を3.8とすると,この変動係数はデータ全 体の約68%が波高比 $3.57 \sim 4.03$ の範囲に分布すること を意味する。実際には $H_{1/3}$ に連動して η_{ms} も変化するた め,データのばらつきはもう少し小さくなると考えられ る。

なお,各港ごとの波高比および形状パラメータの平均値 と標準偏差を表-3に記載する。むつ小川原港,上川口 港,および中城港のケース数はいずれも単峰型スペクト ルの場合であり,複数ピーク型スペクトルは観測地点を 区別せずにまとめて記入してある。酒田港のデータにつ いてはスペクトル形状を吟味していないけれども,日本 海の冬季風浪であってうねりが混入していた可能性は少 ない。したがって,単峰型スペクトルと考えられる。

同じデータを表 - 3 に示した港ごとの平均値と標準偏差を用い,2 シグマ限界の信頼区間のバー付きで表示したのが図 - 20 である。

単峰型スペクトル波浪の代表値として,表-3の酒田 港から中城港までの4港の加重平均を用いると,スペ クトル形状パラメータが κ =0.42,波高比が $H_{1/3}/\eta_{ms}$ = 3.83となる。これに対して複数ピーク型スペクトルの場 合には,形状パラメータが0.40とほぼ同一であっても, 波高比は3.71と明らかに小さくなっている。また,スペ クトル密度がほぼ一様な高知港の長周期波の場合には, 形状パラメータが0.10程度の非常に小さな値であり,波高比も $H_{1/3}/\eta_{ms}$ =3.45と小さな値である。



図 - 20 現地データにおける波高比 *H*_{1/3}/η_{ms} とパラメータ κ (*T*₀₁) との関係 平均値および2シグマ限界表示

表-3 近時波浪データの平均値と標準偏差

観測地点	ケー ス数	3	ν	$\kappa(T_{01})$	$H_{ m 1/3}/\eta_{ m rms}$	
カルデラ 港	51	0.893 (0.018)	0.510 (0.054)	0.794 (0.044)	3.987 (0.020)	
酒 田 港	188	0.817 (0.035)	0.478 (0.044)	0.407 (0.066)	3.839 (0.053)	
む つ 小川原港	17	0.883 (0.045)	0.584 (0.127)	0.447 (0.093)	3.863 (0.088)	
上川口港	37	0.855 (0.021)	0.498 (0.025)	0.451 (0.064)	3.802 (0.067)	
中 城 港	35	0.903 (0.015)	0.561 (0.034)	0.414 (0.063)	3.814 (0.084)	
複ピーク スペクトル	55	0.877 (0.055)	0.629 (0.130)	0.398 (0.102)	3.714 (0.104)	
高 知 港 長周期波	29	0.669 (0.044)	0.556 (0.064)	0.102 (0.052)	3.446 (0.095)	
法, 1994变物体, 不知不长期中止博维伯关						

注:上段は平均値,下段の括弧内は標準偏差

現在,長周期波の有義波高を推定する方法として,た とえば周波数スペクトルのうちで周期30秒以上に相当 する部分のエネルギー m_{0L} を求め,これから $H_{1/3} = 4.0\sqrt{m_{0L}}$ として算定することが多い。しかし, 高知港の長周期波の結果と比べると,この比例係数4.0 は明らかに過大であり,実際よりも平均で16%も大き く見積もっていることになる。

波のスペクトル形状が波高分布に及ぼす影響は,波高 比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ よりも波高の標準偏差 σ_H に関する波高比 σ_H $/\eta_{rms}$ のほうに強く現れる。図 - 21 は数値シミュレー ションの結果を整理したものであり,波高の相対標準偏 差 σ_H/η_{rms} がスペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ によって ほぼ一義的に定まる状況を示している。ただし,D型の 二山形スペクトルの場合には全体の傾向から外れてケースが多く,また*m*=10のM型スペクトルは相対標準偏差がほかよりも大きいとの例外もある。

波高の相対標準偏差 σ_{H}/η_{ms} はレーリー分布の場合には1.309の値をとる。数値シミュレーション結果の多くが,これよりも波高の相対標準偏差が小さいことは,波高分布の幅が狭いことを意味しており,波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ がレーリー分布の場合の4.004よりも小さいことに対応している。ただし,スペクトル形状パラメータの下限である $\kappa(T_{01}) = 0$ の場合には波高の相対標準偏差が σ_{H}/η_{ms} = 1.0まで低下しており,レーリー分布の場合の76%である。有義波高の場合には $\kappa(T_{01}) = 0$ のときの波高比が $H_{1/3}/\eta_{ms} = 3.46$ とレーリー分布の場合の86%であったので,有義波高よりも標準偏差のほうがスペクトル形状に対する感受性が高いと言える。



図 - 21 数値シミュレーションにおける波高の相対標準偏差 σ_{H}/η_{ms} とパラメータ $\kappa(T_{01})$ との関係

なお,現地波浪観測データについては波高の標準偏差 を算出していないため,波高の相対標準偏差 σ_{H}/η_{ms} と パラメータ $\kappa(T_{01})$ との関係を確認することができない。今後 の検討課題の一つである。

(3) 周期分布に及ぼすスペクトル形状パラメータ κ(T₀₁)の影響

スペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ は波高の分布のみな らず,周期の分布にも影響を及ぼす。図 - 22は数値シ ミュレーションの波形について読み取った個別の周期の 分布である。図 - 5~7の波高分布に対応するもので, 度数分布を確率密度の形で表示している。

スペクトルのピークが鋭いm=20のM型スペクトルでは,周期の大半が $(0.8 \sim 1.2)T_p$ の範囲に集中しており,標準偏差も $\sigma_T=0.10T_p$ と小さい。風波を代表するm=5

のM型スペクトルでは周期の分布範囲が $(0.2 ~ 1.4)T_p$ に広がり,標準偏差が $\sigma_T = 0.25T_p$ と大きくなる。うねり が卓越する $\alpha = 25$ のD型では周期の分布が $0.7T_p$ および $2.3T_p$ の2箇所にピークのある二山形となり,標準偏差も $\sigma_T = 0.73T_p$ と非常に大きなものである。

この周期の標準偏差を平均周期で除した変動係数をス ペクトル形状パラメータに対してプロットすると,図-23の結果が得られる。D型スペクトルの2ケースを除外 すると,周期の変動係数はスペクトル形状パラメータの 増加につれて単調に減少している。したがって,少なく とも単峰型スペクトル波浪についてはスペクトル形状パ ラメータが周期分布の指標として有効と考えられる。



図 - 22 数値シミュレーションにおける周期の分布



図 - 23 数値シミュレーションにおける周期の変動係数偏差 σ_{T}/\overline{T} とパラメータ $\kappa(T_{01})$ との関係

なお,図-22に提示した周期の変動係数とスペクト ル形状パラメータの関係を現地データで確認することも 今後の検討課題である。

6.むすび

この論文では,個別の波高の分布に対す理論値として 用いられるレーリー分布からのずれを示す指標として波 高比H_{1/3}/η_{ms}を取り上げ,既往の数値シミュレーション 結果や NOWPHAS その他の現地波浪観測データを用 いて検討した。これによって明らかになった事項を列挙 すると次の通りである。

- 波の周波数スペクトルの帯域幅が広い場合でも、 波高比H_{1/3}/η_{ms}は3.5~4.1、平均で3.8程度の値を 示し、レーリー分布における4.004の値と5%程度 の差異しか示さない。
- スペクトルの帯域幅の指標として用いられるスペクトル幅パラメータ εおよび v は個別波高の分布とは無関係である。
- 3)周波数スペクトルの0,2および4次モーメントに よって定義されるスペクトル幅パラメータεは、海の波については波形の読み取り時間間隔の関数で あり、平均周期に対する相対読み取り間隔が増す につれて上限値の1.0から単調に減少する。
- 4)個々波の波高分布を支配するのは,Rice (1945)が 包絡波形振幅のパラメータとして導入したスペク トル形状パラメータ κ(T)である。このパラメータ は,スペクトル密度が一様な場合にはほぼ0の値を とり,スペクトルのピークが鋭くなるにつれて1.0 の上限値へ収束する。
- 5) 波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ はスペクトル形状パラメータが κ (\overline{T})=1の上限値のときの4.004の値から, κ (\overline{T})=1 の下限値における3.46の値まで単調に減少する。 ただし,個別の波形記録においては変動係数2%程 度の幅でばらつく。
- うねりと風波が重畳したような複数のピークを持つスペクトルにあっては,波高比H_{1/3}/η_{ms}の平均が3.71であり,単峰型の場合の平均3.83よりも3%程度小さい。
- 7)長周期波の波形を再現して求めた有義波高は,高 知港の観測事例では平均値としてH_{1/3}/η_{ms}=3.45の 値であり,スペクトルのエネルギーからレーリー 分布を仮定して推定した値よりも14%ほど小さい。
- 8)波高分布のレーリー分布からのずれは,数値シ ミュレーションによれば有義波高よりも波高の標 準偏差により明らかに現れる。
- 9)単峰型スペクトルの場合には,周期の分布特性も スペクトル形状パラメータ $\kappa(\overline{T})$ が適切な指標で あることが数値シミュレーションで確認された。

謝辞

本論文に使用したNOWPHASの波浪データは,港湾 空港技術研究所の海洋情報研究室から提供されたもので あり,室長永井紀彦博士のご厚意に感謝する次第である。

参考文献

- 沿岸センター (2004):港内長周期波影響評価マニュアル,沿 岸技術ライブラリー No. 21,(財)沿岸技術研究センター, 86p.+付録A&B.
- 神戸調設(2000):平成11年度高知港船舶動揺検討調査報告書, 運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所・(財)沿岸開発 技術研究センター。
- 合田良実 (1985): 波浪の統計的性質に関する二,三の数値的 検討,港湾技術研究所報告,第24巻 第4号, pp.65-102.
- 合田良実 (1990):港湾構造物の耐波設計(増補改訂), 鹿島 出版会, 333 p.
- 合田良実・永井康平 (1974): 波浪の統計的性質に関する調査解 析,港湾技術研究所報告,第13巻 第1号, pp.3-37.
- 合田良実・永井康平・伊藤正彦 (1971):名古屋港における波浪 観測 第3報 現地波浪の回折現象ならびに統計的性質に ついて,港湾技研資料 No. 120, 24 p.
- Battjes, J, A. and van Vledder, G.Ph. (1984): Verification of Kimura's theory for wave group statistics, *Proc. 19th Int. Conf. Coastal Eng.*, Houston, ASCE, pp. 642-648.
- Cartwright, D.E. and Longuet-Higgins, M.S. (1956): The statistical distribution of the maxima of random function, *Proc. Roy. Soc. London*, A. 237, pp. 212-232.
- Forristall, G.Z. (1984): The distribution of measured and simulated wave heights as a function of spectral shape, J. *Geophy. Res.*, 89 (C6), pp. 10,547-10,552.
- Goda, Y. (1970): Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, 9(3), pp. 3-57.
- Goda, Y. (1983): Analysis of wave grouping and spectra of long-travelled swell, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol. 22, No. 1, pp. 3-41.
- Goda, Y. (1983): A unified nonlinearity parameter of water waves, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol. 22, No. 3, pp. 3-30.
- Goda, Y. (1988): Statistical variability of sea state parameter as a function of wave spectrum, *Coastal Engineering in Japan*, JSCE, Vol. 13, No. 1, pp. 39-52.
- Kimura, A. (1980): Statistical properties of random wave groups, *Proc. 17th Int. Conf. Coastal Eng.*, Sydney, ASCE, pp. 2955-2973.

- Longuet-Higgins, M.S (1952): On the statistical distribution of sea waves, *J. Marine Res.*, **XI** (3), pp. 245-265.
- Longuet-Higgins, M.S (1975): On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves, *J. Geophys. Res.*, **80** (18), pp. 2688-2694.
- Longuet-Higgins, M.S. (1984): Statistical properties of wave groups in a random sea state, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, A312, pp. 219-250.
- Rice, S.O. (1945): Mathematical analysis of random noises, reprinted in *Selected Papers on Noise and Stochastic Processes* (Dover Pub., 1954), pp. 132-294.
- Tayfun, M.A. (1981): Distribution of crest-to-trough wave heights, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng. Div., ASCE, 107 (WW3), pp. 149-158.

(以上)