個別波高の分布に及ぼすスペクトル幅および 形状パラメータの影響について

On the Role of Spectral Width and Shape Parameters in Control of Wave Height Distribution

合田良実1・久高将信2

Yoshimi GODA and Masanobu KUDAKA

1土木学会名誉会員 工博 横浜国立大学名誉教授(株)エコー 顧問(〒110-014 東京都台東区北上野2-6-4) 2土木学会正会員 (株)エコー 沿岸デザイン本部海象解析部長(〒110-014 東京都台東区北上野2-6-4)

Distributions of individual wave heights approximately follow the Rayleigh distribution regardless of the bandwidth of frequency spectra, even though Longuet-Higgins (1952) derived the theory on the condition of narrow-band spectrum. The spectral width parameter does not affect the wave height distribution, but it is merely a measure of the minuteness of data sampling interval relative to mean wave period for waves in the sea. A spectral shape parameter introduced by Rice (1945) for wave envelope amplitude is a better measure of describing a slight departure of wave height distribution from the Rayleigh. Several sets of previous wave simulation data and field measurement records have been re-analyzed to verify the above findings.

Key Words: Wind waves; significant wave; Wilson's formulas; minimum duration

1.まえがき

波浪は海に起きる諸事象の中でも最も興味のある現象であり,いろいろな観点から研究が続けられている。波浪の統計的性質も研究対象の一つであり,特に個々波の波高や周期の統計分布は1950年代から研究されてきた。そうしたなかでLonguet-Higgins (1952)は,波の周波数スペクトルの帯域幅が狭いことを条件として個々波の波高がレーリー分布に従うことを明らかにした。

その後,各種の観測データが蓄積されるにつれて,波高がほぼレーリー分布に従うことが確認され,最大波高 H_{max} ,有義波高 $H_{\text{I/3}}$,平均波高 \overline{H} など各種の波高相互の比率が,確率的な期待値として算出された(たとえば合田(1990)参照)。そして,海岸・港湾における教科書や技術基準類にも,波高のレーリー分布が既知のこととして記述されるようになった。しかしながら,技術書によっては波高のレーリー分布が狭帯域スペクトルに限られるような記述が見られ,また研究論文でも狭帯域スペクトルを前提とするものが少なくない。

既に Goda (1970) や合田・永井(1974) が例示したように, 個別の波をゼロクロス法で定義する限り, 波の周波

数スペクトルが広範囲に変化しても,波高のレーリー分布はほぼ成立する。ただし,レーリー分布に厳密に従う場合には,有義波高 $H_{1/3}$ とスペクトルの0次モーメント m_0 との間に式(1)の関係が成立するけれども,実際の波浪では比例係数が約3.8と理論値の約5%減の値にとどまる。

$$H_{1/3} \cong 4.004 \, \eta_{rms} = 4.004 \sqrt{m_0} \tag{1}$$

ここに , η_{rms} は波形の自乗平均平方根値 , m_0 は式(2) においてn=0 としたものである。

$$m_n = \int_0^\infty S(f) f^n df \tag{2}$$

ここに,fは周波数,S(f)は周波数スペクトルである。

式(1)の関係は,波形記録を個々波に分析することなしに波のスペクトルから有義波高を算出するためにしばしば利用される。特に欧米では,1960年代から波浪ブイ(wave rider)による観測が一般化したが,そこではブイ内部の演算回路で周波数スペクトルを計算した結果のみをテレメータ送信し,波形データは保存しなかった。

このため , わが国のように有義波高や有義波周期の情報が得られず , その代替として式(1)による推定値を用いてきた。この場合 , 差異を明確にするため , この推定値に対しては H_{m0} の表記が用いられる。

また,スペクトルによる平均周期としては式(3)による T_{02} あるいは式(4)による T_{01} が用いられる。

$$T_{02} = (m_0/m_2)^{1/2} (3)$$

$$T_{01} = m_0/m_1 \tag{4}$$

式(1)あるいは $H_{1/3}\cong 3.8\eta_{
m ms}$ の関係は通常の波浪に

対して適用できるとしても,最近の港内静穏度に関連して話題になっている長周期波についても適用できるかの疑問が生じてきた(沿岸センター2005)。

そこで、個々波の波高分布がどれだけレーリー分布で近似できるか、その際に周波数スペクトルがどのように影響するかを改めて検討してみた。検討に当たっては、著者が以前に行った波形の数値シミュレーションデータ、現地波浪観測データに加えて、最近のNOWPHASデータを借用して解析した結果を用いる。

本論文では,最初に使用する数値シミュレーションおよび現地波浪データを紹介する。次にスペクトル幅パラメータとして2種類の定義があることを述べ,それらが波高分布に及ぼす影響について論じる。また,その値が波形記録の相対読み取り間隔に依存することを説明する。そして,波高分布は Rice (1945)によるスペクトル形状パラメータに大きく影響されることを説明する。さらに,この形状パラメータが周期分布となり得ることを紹介する。

2.波形の数値シミュレーションデータ

(1) 数値計算に用いる周波数スペクトル

著者は以前に,所定のスペクトル形状を持つ不規則波形の線形数値シミュレーションを行っている。最初は,周波数スペクトルとして式(5)~(7)の関数形を取り上げた(Goda 1970)。

F型スペクトル:

$$S(f) = A f^{-5} \exp[-1.25 f^{-4}]$$

: $f_{\min} = 0.5, f_{\max} = 2.0 - 10.0$ (5)

M型スペクトル:

$$S(f) = A f^{-m} \exp[-1.25 f^{-0.8m}]$$

: $f_{\min} = 0 - 0.95, f_{\max} = 1.25 - 5.0$ (6)

D型スペクトル:

$$S(f) = A \begin{cases} f^{-5} \exp[-1.25 f^{-4}] \\ + \alpha (2.5 f)^{-10} \exp[-1.25[(2.5 f)^{-8} - 1]) \end{cases}$$
(7)
: $f_{\min} = 0.3, f_{\max} = 6.0$

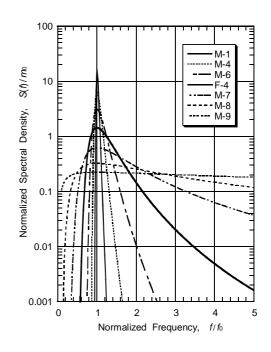


図 - 1 F型およびM型スペクトルの形状

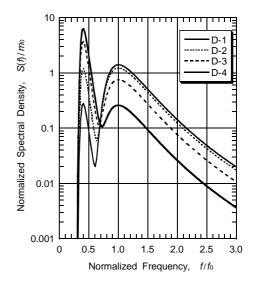


図 - 2 D型スペクトルの形状

このうち,F型スペクトルは風波の標準スペクトルであるPierson・Moskowitz型あるいはBret-schneider・光易型と同一の関数形であり,スペクトルのピーク周波数を

 f_p =1.0に設定している。そして,スペクトルの上限周波数を f_{\max} =2.0から10まで6通りに変えて設定した。定数Aは,0次モーメント m_0 が1となるように調整するためのものである。

M型スペクトルは,スペクトルピークの尖鋭度を変化させるため,高周波数側の周波数のべき指数 mを0.5, 1.25, 2.5, 10, 20, 50 と大幅に変化させた。また,低周波数側の立ち上がりを規定する指数関数内の周波数のべき指数は高周波数側の0.8倍に設定した。

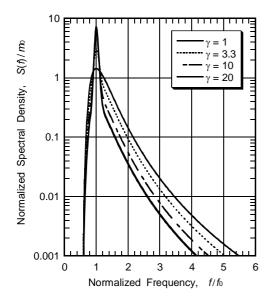


図-3 J型スペクトルの形状

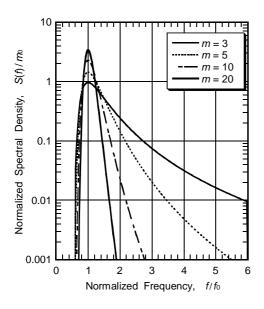


図 - 4 W型スペクトルの形状

D型スペクトルは風波とうねりの混在状態を模擬したもので,風波はスペクトルのピーク周波数を f_p =1.0,うねりはピーク周波数を f_p =0.4とした。そして,風波に対するうねりのスペクトル密度比が α =0.2,1,5,25倍の場合の4種類を扱った。これらのうち,F型とM型周波

数スペクトルの形状を図 - 1 に示す。また , 図 - 2 は D 型スペクトルである。

この数値シミュレーションの主要部分を実施したのは 1969年8月である。当時のメインフレームコンピュータである TOSBAC 3400を使用したけれども,計算能力は今から見れば極めて小さいものでしかなかった。このため,一つのスペクトル形状に対して波形を変えた $5\sim10$ 回の繰り返し計算を行うのが限界であった。シミュレーションの方法としては,周波数領域を等比級数で分割して成分波の周波数を定め,当該周波数におけるスペクトル密度と隣り合う周波数の間隔からスペクトルの面積を求めて成分波の振幅を確定論的に定めた。成分波数は $50\sim100$ とし,三角関数の級数和として波形を再現した。成分波の位相は模擬乱数を用いて $0\sim2\pi$ に一様に分布させた。

数値計算では、シミュレーション波形がゼロクロス法で定義される 200 波が含まれるように記録長を調整した。また、計算点の時間間隔 Δt は波形の極大・極小点を見落とさないように、 $1/(5f_{\rm max})$ 以下の値を選んで使用した。

その後1987年度には,修正JONSWAP型および修正Wallops型スペクトルの定数値を求めるための数値シミュレーションを行った(Goda 1988)。このときの周波数スペクトルの関数形は式(8),(9)である。

J型スペクトル:

$$S(f) = A f^{-5} \exp[-1.25 f^{-4}] \gamma^{\exp[-(f-1)^2/2\sigma^2]}$$

$$: \sigma = 0.07 \text{ for } f < 1, \ \sigma = 0.09 \text{ for } f \ge 1$$

$$: f_{\min} = 0.6, \ f_{\max} = 6.0$$
(8)

W型スペクトル:

$$S(f) = A f^{-m} \exp[-(m/4) f^{-4}]$$

: $f_{\min} = 0.6, f_{\max} = 6.0$ (9)

修正JONSWAP型(J型)スペクトルについては、ピーク増幅係数 γ が1.5, 2, 3.3, 5, 7, 10, 14, 20の8ケースを取り上げ、修正Wallops型(W型)スペクトルについてはべき指数mが3, 4, 5, 6, 8, 10, 14, 20の8ケースとした。なお、m=5のケースはJ型の $\gamma=1$ と同じである。このJ型およびW型スペクトルの幾つかを図 - 3, 4に示す。

この数値シミュレーションでは,最大周波数を f_{max} = $6f_p$ (したがって計算点間隔 $\Delta t = T_p/12$) に設定し,逆 FFT法を用いて4096点の波形(= $341.3T_p$)を1回ごとに算出した。そして,各スペクトル形状ごとに2000種類の波形を計算し,波浪統計量の統計的変動性を調べた。逆 FFT法を適用した際には,各成分波のエネルギーがカイ自乗変数であることを考慮し,統計的変動性が再現されるように工夫してある。

(2) 数値シミュレーション波形における波高分布

線形重ね合わせによる数値シミュレーションで得られた波形について,ゼロアップクロス法で個々波を定義し,波高の度数分布を求めて確率密度関数の形に表したものを図-5~7に示す。いずれも5~10回の繰り返し計算の集合平均であり,比較のためにレーリー分布の理論値を実線で示してある。

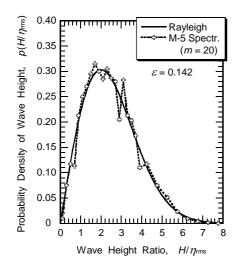


図 - 5 M型スペクトル(*m*=20) における 波高の確率密度分布

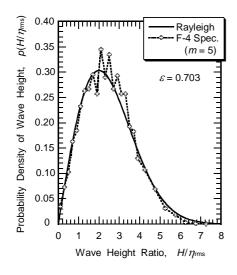


図 - 6 F型スペクトル(*m*=5)における 波高の確率密度分布

スペクトルのピークが鋭いm=20のM型スペクトルの場合には、図-5のように、波高分布はレーリー分布に極めて近い。風波を代表するm=5のF型スペクトルでは、レーリー分布に比べて波高の最頻値付近の出現率がやや高く、大波高の部分の出現率がやや低い。しかし、全体としてはレーリー分布にかなり近い形である。うねりに少し風波が重なった二山形スペクトルD-4型では、波高の小さい波の割合が多く、中程度の波高の出現率が低く

なって,波高分布はレーリー型とかなり食い違う。それでも,波高の大きな部分ではレーリー分布との乖離が小さい。したがって, $H_{1/3}/\eta_{rms}$ の比率もレーリー分布による4.0の値に近いことが予想される。

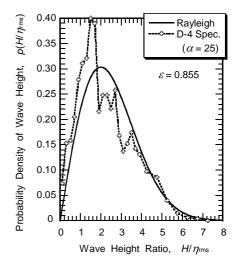


図 - 7 D型スペクトル(α=25)における 波高の確率密度分布

3.現地波浪観測データの概要

(1) 現地波浪観測データの種別

本論文では4種類の現地波浪観測データを用いてスペクトルのパラメータと波高分布の関連について検討する。第1は,合田·永井(1974)が波浪の統計的性質の検討に使用した5港の観測資料であり,これを早期波浪観測データと呼ぶ。

第2は,地球の約1/4周を伝播してコスタリカのカルデラ港まで伝播した超遠地うねりのデータ(Goda 1983)である。3番目は全国港湾海洋波浪情報網(NOWPHAS)での観測データの一部を借用するもので,近時波浪観測データと呼ぶ。最後は,高知港で解析された長周期波のスペクトルデータである。

なお,近時波浪観測データおよび高知港長周期波のスペクトル値および有義波高等の情報については(株)エコーの久高将信氏のご協力によって入手したものである。

(1) 早期波浪観測データ

合田・永井(1974)が使用した現地データは,表-1に記載した5港の観測値である。まず名古屋港のデータは,1969年度に高潮防波堤外のロボット観測塔および堤内の2箇所の観測櫓に取り付けられた容量式波高計で観測したものであり,総計92データである(合田・永井・伊藤1971)。このうち,32データは周波数スペクトルが

複数のピークを示す。この名古屋港の波浪データはほぼ 深海波とみなされる。

表 - 1 合田・永井が解析した波浪観測データの概要

観測地点	波高計	水深	Δt	$H_{1/3}$	$T_{1/3}$
		(m)	(s)	(m)	(s)
名古屋港	容量式	-7.2	0.17	0.2 - 1.4	1.8 - 4.0
		-7.7	0.25		
留萌港	階段抵抗	-11	0.5	2.2 - 7.1	5.9 – 11.7
山背泊港	同上	-12	0.5	1.9 - 6.2	7.7 - 15.6
苫小牧港	同上	-10,	1.0	2.9 - 5.8	7.7 - 10.9
		-13	0.5	2.6 - 2.8	6.7 - 7.5
同上	超音波式	-20	0.5	2.4 - 2.5	6.9 - 7.4
金 沢 港	同上	-20	1.0	1.0 - 6.8	4.7–12.4

留萌港,山背泊港,および苫小牧港のデータは旧北海 道開発局から観測データを提供していただいたものであ る。留萌港は1968年と1970~1972年,山背泊港は1970 年,苫小牧港は1965年と1972年の観測記録である。金 沢港のデータは旧運輸省第一港湾建設局から提供してい ただいたもので,1970~1972年の観測記録である。留 萌港のデータは44個,山背泊港は9個,苫小牧港は13個, 金沢港は13個である。これらのデータは浅海域の波の ものである。

(3) 超遠地うねりのデータ

カルデラ港は,中米コスタリカ国の太平洋岸に1970年代後半から1980年代前半にかけて開発された港である。この港に対するわが国の技術援助の一環として超音波式波高計が設置され,波浪観測が行われた。中米から南米にかけての太平洋沿岸には,南極海で発生した高波がうねりとなり,赤道を超えて伝播する現象が卓越する。カルデラ港でも1981年5月に,有義波高1.6~3.5m,有義波周期15~18sの典型的なうねりが3度にわたって記録された。Goda (1983)は,これらのうねりが南緯50°~60°,西経120°~160°のニュージーランド南東沖海域で発生し,カルデラ港まで7,000~9,000kmの距離を5~7日をかけて伝播したことを解明した。

これらのうねりの周波数スペクトルはピークが極めて鋭く立ち上がっており,修正 JONSWAP 型スペクトルを当てはめると,ピーク増幅係数 γ が平均で8~9,高周波数側の減衰が $f^{-8} \sim f^{-10}$ に相当するものであった。また,スペクトル成分波間の非線形干渉によって発生する2次スペクトルが,低周波数側および高周波数側の両方に顕著に現れることも特徴的であった。

カルデラ港については,30分間の波形記録51データ を解析対象とした。全データの有義波高の平均は2.60m, 有義波周期の平均は16.7sであった(合田1985)。

(4) 近時波浪観測 データ

現在,独立行政法人港湾空港技術研究所では,国土交通省港湾局,各地方施設整備局,北海道開発局,沖縄総合事務局,国土技術政策総合研究所との相互協力の下に,「全国港湾海洋波浪情報網(NOW-PHAS)」を展開し,日本沿岸55地点の波浪定常観測を実施している。このたびは港湾空港技術研究所海洋情報研究室長永井紀彦博士の許可を得て,2003年のむつ小川原港,上川口港,および中城港の3地点,各4日間の観測成果を利用した。対象期間は,うねりと風波が混在して周波数スペクトルが二山形となる場合を含むように選んだ。この3地点の観測データの概要を表-2に示す。データ数は各地点とも48個である。

また以前に著者(合田 1985)は,1985年2月の酒田港の 観測記録を解析して統計的性質のデータの一部としたこ とがある。このときの個別の波形データ等は保存されて いないが,有義波高1.0m以上の188ケースの平均値が 研究ファイルに記載されているので,その結果も適宜利 用する

表 - 2 近時波浪観測データの概要

観測地点	波高計	水深 (m)	Δt (s)	<i>H</i> _{1/3} (m)	$T_{1/3}$ (s)
むつ小川 原港	超音波式	-4 9	0.5	0.4 - 3.7	3.9 – 12.8
上川口港	同上	-25	0.5	0.5 - 2.8	4.7 – 9.9
中城港	同上	-46	0.5	1.3 - 4.5	5.7 – 11.2
酒 田 港	同上	-49	0.5	平均 2.4	平均 7.2

(5) 長周期波スペクトルデータ

近年は,港内静穏度その他の観点から波浪の長周期成分について関心が集まっており,NOWPHASにおいても周波数帯別のエネルギー波高を常時計算し,出力している。港湾によっては,長周期波を対象とした特別の調査解析を行っている。たとえば,旧運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所では平成11年度に,高知港の波浪の観測記録に含まれる長周期波成分を検出して解析した(神戸調設1999)。

方法としては水深-48mの超音波式波高計の連続出力にローパスフィルターをかけて $\Delta t = 5$ s で波形を出力させ,2時間ごとの連続1024個のデータ $(5120\,\mathrm{s})$ を対象として高速フーリエ変換を行う。そして,そのうち $f_c = 1/30\,\mathrm{Hz}$ 以下のフーリエ振幅を用いて逆 FFT 変換を行って長周期波の波形を再現するものである。

この調査報告書には51事例の長周期波形から算出した波高分布の図表が記載されており,ゼロアップクロス法で求めた有義波高も付記されている。このうち,波形の自乗平均平方根値 η_{ms} が $5\,\mathrm{cm}$ 以上のデータ $29\,\mathrm{fm}$ ス

を対象として解析を行った。長周期波の有義波高は0.18 $\sim 0.63\,\mathrm{m}$ であった。なお,報告書には η_{rms} の値も付記されていたが,スペクトルの数値から求めた値よりも若干小さい傾向があったため,ここではスペクトルから再計算した m_0 に基づく値で整理した。

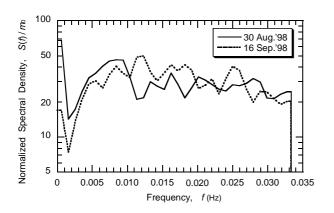


図-8 高知港の長周期波の無次元スペクトル

図 - 8は,高知港における長周期波のスペクトルの事例である。スペクトルは $\Delta f = 1/5120$ Hz ごとに算出された値を5本の単純平均として平滑化し,さらに連続する $4 \sim 5$ ケースの集合平均として提示している。ただし,スペクトルの積分値が $m_0 = 1$ となるように無次元化して表示している。上述のように,長周期波をf < 1/30 Hzの波浪成分として定義しており,この範囲ではほぼ一様なスペクトル密度となっている。

4.波浪のスペクトル幅パラメータの影響力

(1) スペクトル幅パラメータの定義

Longuet-Higgins (1952)が最初にレーリー分布の適用性を証明したときには、スペクトルの帯域幅を定義することなく、幅が狭い場合とのみ述べていた。

その後, Cartwright · Longuet-Higgins (1956) が波形の極大 · 極小値の統計理論を発表した際に,式(10)のスペクトル幅パラメータ ε を導入した。

$$\varepsilon = [1 - m_2^2 / (m_0 m_4)]^{1/2} : 0 \le \varepsilon \le 1$$
 (10)

そして €<<1 を狭帯域の条件とした。波形の極大・極小値の理論の妥当性は , Goda (1970) が数値シミュレーションで作成した波形の解析によって確認されている。

さらに, Longuet-Higgins (1975) は波高と周期の結合 分布の理論を発表する際に,もう一つのスペクトル幅パ ラメータ ν を式(11)のように定義した。

$$v = [m_0 m_2 / m_1^2 - 1]^{1/2} : 0 \le v \le 1$$
 (11)

そして,二つのパラメータの間には式(12)の関係があることを証明した。

$$v \cong (1/2)\varepsilon \tag{12}$$

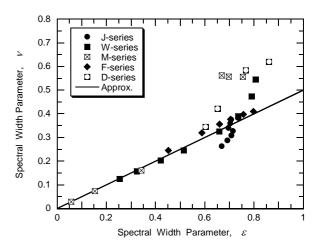


図 - 9 数値シミュレーションによるスペクトル幅 パラメータ ν と ϵ の関係

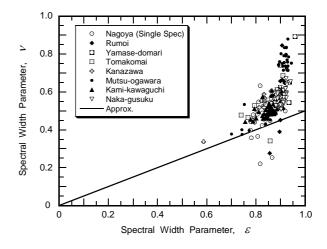


図 - 10 現地波浪データにおけるスペクトル幅 パラメータ ν と ε の関係

図 - 9はこの式(12)の関係を後述の数値シミュレーション結果で調べたものであり,図 - 10は同じく現地波浪データについて検討したものである。図中に Approx. と記入した直線は式(12)の関係を示している。図 - 9によれば,線形シミュレーションではスペクトルの形状が極端に平らであったり (M型の一部),二山形 (D型) でなければ,スペクトル幅スペクトル ε のかなり広い範囲で式(12)の関係が成立する。しかし,現地データの場合には両パラメータともに値が大きく,広範囲に

広がるために式(12)の関係を確認することはむずかしい。 一方,現地波浪観測データについて二つのスペクトル幅パラメータの関係を調べた結果を図-10に示す。早期データについてはッパラメータの値が計算されていないものもあるため,データ個数はやや少なくなっている。

データの分散が大きいため確言できないけれども, ε <0.8の範囲であれば式(12)の関係が認められる。しかし, ε が0.8程度以上になると ν も急激に大きくなる傾向にある。

(2) 波高比 $H_{1/3}/\eta_{ m ms}$ に及ぼすスペクトル幅パラメータarepsilon の影響

次に,波高分布がレーリー分布に従う度合いの指標として波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ を取り上げる。前述のように,レーリー分布では式(1)のようにこの比率が4.004となる。まず,数値シミュレーションの波形については図 - 11の結果が得られる。

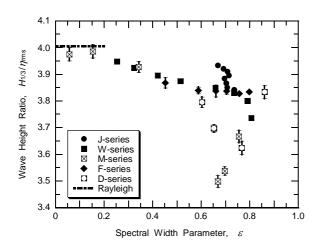


図 - 11 数値シミュレーションにおける波高比 $H_{1/3}/\eta_{
m ms}$ とパラメータ ϵ との関係

数値シミュレーションのデータのうち,繰り返し回数が少ないF, MおよびD型スペクトルについては,平均値に対する標準偏差の推定値の大きさに相当する線分を平均値の上下に付けて表示している。図から明らかなように,スペクトル幅パラメータ ε が小さいときには波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ が理論値の4.004に近く, ε が増大するにつれて波高比が次第に小さくなる。それでも,スペクトル形状が非常に平たいM型スペクトルの3ケースおよび二山形のD型スペクトルの2ケースを除けば,波高比は3.7以上の値を保持している。すなわち,数値シミュレーション波形の個々波の波高はスペクトル形状に関わりなく,レーリー分布にかなり近い分布を示すといえる。

なお,修正JONSWAP型スペクトルは,ピークの増幅係数 γ を大きくとることによってピークが鋭く尖るようになるけれども,高周波数側の形状は相似形にとどま

るため,スペクトル幅パラメータ ε はほとんど変化しない。これに対して修正Wallops型スペクトルの場合には,高周波数側の周波数のべき指数を変えてスペクトル形状を変えるため,スペクトル幅パラメータ ε が広範囲に変化する。

次に,現地観測データについて波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ をとスペクトル幅パラメータ ε の関係を調べた結果を図 - 12に示す。ただし,留萌港と山背泊港のデータは後で述べるように波の非線形性の影響が強いため,この図には記載していない。

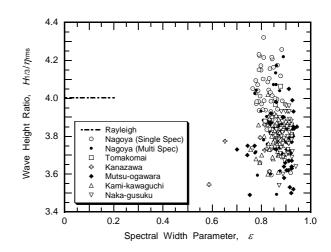


図 - 12 現地データにおける波高比 $H_{1/3}/\eta_{
m ms}$ とパラメータarepsilonとの関係

図 - 12に見られるように , スペクトル幅パラメータ ϵ の大半は $0.75 \sim 0.95$ の値をとり , この範囲では波高比 $H_{1/3}/\eta_{\rm rms}$ が ϵ とは無相関に $3.5 \sim 4.3$ の範囲に散らばっている。

この図 - 11, 12の数値シミュレーションおよび現地波 浪データの結果から,スペクトル幅パラメータ ε は波高 比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ に対して影響力を及ぼすことがないと結論す ることができる。

(3) 波高比 $H_{1/3}/\eta_{\text{rms}}$ に及ぼすスペクトル幅パラメータ ν の影響

次に , 周波数スペクトルの帯域幅を表すもう一つのパラメータ , すなわち式(11)で定義される ν の影響について検討してみる。図 - 13は , 数値シミュレーション波形から得られる波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ と ν の関係をプロットしたものである。

スペクトル幅パラメータ ν の場合は,修正JONSWAP型のピーク増幅係数 γ の大きさに応じてその値がかなり変化し,Wallops型スペクトルとの差異が小さい。このため,図 - 11のパラメータ ε の場合よりも波高比 $H_{1/2}/\eta_{ms}$ に及ぼす影響がやや分かりやすくなっている。

一方,現地波浪データの場合には図 - 14のような結果となる。数値シミュレーションとは異なり,波高比は広い範囲に分散し,スペクトル幅パラメータ $_{
m N}$ との相関が認められない。したがって,スペクトル幅パラメータ $_{
m N}$ とまた波高比 $_{
m H_{13}}/\eta_{
m ms}$ に影響を及ぼさないといえる。

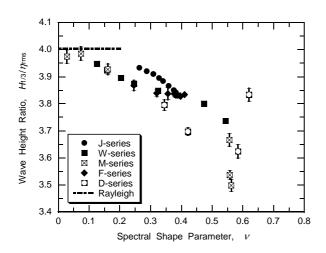


図 - 13 数値シミュレーションにおける波高比 $H_{1/3}/\eta_{
m rms}$ とパラメータ ν との関係

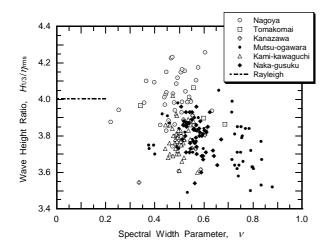


図 - 14 現地データにおける波高比 $H_{1/3}/\eta_{
m ms}$ とパラメータvとの関係

(4) 波形データ読み取り間隔がスペクトル幅パラメータ に及ぼす影響

このように,スペクトル幅パラメータが波高分布にほとんど影響を与えないのは,海の波の場合にはスペクトルの高周波数側が相似形である,すなわちスペクトル密度がほぼ f^5 則によって減衰するためである。

スペクトル幅パラメータ算出の基礎となるスペクトルモーメントは式(2)で定義されるけれども,実際の観測データでは積分の上限値が無限大ではなく,式(12)のように, $f_{\max} = 1/2\Delta t$ で頭打ちとなる。ここに, Δt は波形

データの読み取り時間間隔である。

 $\Delta t/\overline{T}$ に支配されることになる。

$$m_n = \int_0^{f_{\text{max}}} f^n S(f) df$$
 : $f_{\text{max}} = \Delta t/2$ (12)

スペクトルの高周波数側が f^{-5} に比例し, f_{\max} が無限大であれば $m_4 = \infty$ となり,式(10)の定義によって $\varepsilon = 1$ となる。しかし, f_{\max} が有限であれば m_4 も有限な値となり, $\varepsilon < 1$ となる。スペクトル幅パラメータ ε の値は, f_{\max} がピーク周波数 f_p あるいは平均周波数f からどれだけ離れているかによって決まることになる。 f_{\max} はデータの読み取り間隔 Δt で定まるので,結局,海の波のスペクトル幅パラメータ ε は平均周期に対する読み取り間隔の比

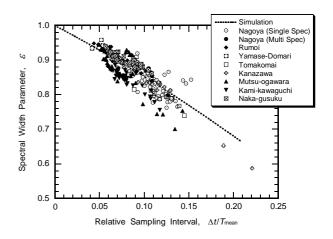


図 - 15 スペクトル幅パラメータarepsilonと波形の相対読み取り間隔 $\Delta t/T$ の関係

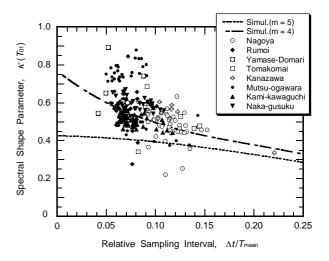


図 - 16 スペクトル幅パラメータ ν と波形の相対読み取り間隔 $\Delta t/T$ の関係

図 - 15はこのことを確認するため , 現地波浪データ についてスペクトル幅パラメータ ε と波形の相対読み取

り間隔 $\Delta t/\overline{T}$ の関係を調べたものである。現地データは散らばりが大きいものの,相対読み取り間隔が大きくなるにつれてスペクトル幅パラメータの値が減少する傾向が明らかである。データのばらつきは,周波数スペクトルの形状がさまざまであることによると考えられる。なお,数値シミュレーションは,以前にM型スペクトルでm=4に設定して行った結果であり,現地データがこのシミュレーション結果の周りに散らばることは,スペクトルの高周波数側が f^{-5} よりも f^{-4} に近いことを示唆する。

もう一つのスペクトル幅パラメータ ν の場合には,図 - 16に示すように,波形の相対読み取り間隔 $\Delta t/\overline{T}$ との間に一義的な関係が見られない。これは,パラメータ ν の場合にはスペクトルの2次モーメントまでしか関係しないため,積分の上限周波数 f_{max} の値よりも,スペクトル形状そのものの影響が大きいためと考えられる。

5.波高比 $H_{1/3}/\eta_{ m ms}$ に及ぼす波の非線形性の影響

これまでに述べてきたように , 海の波は波高の分布がレーリー型よりも分布幅がやや狭く , 波高比 $H_{1/3}/\eta_{\rm rms}$ が理論値の4.004よりも若干小さな値を示す。しかし , 浅海域で波高の大きな波の場合には , 逆に波高の分布がレーリー型よりも広くなり , 波高比も4.0を超える場合が多くなる。これは波の3次干渉による波高の見かけの増大によるものである。著者は早期波浪観測データを用いて波高比 $H_{1/3}/\eta_{\rm rms}$ と波の非線形性パラメータとの関係を例示した (Goda 1983 , 合田 1990: 図 - 9.14)。

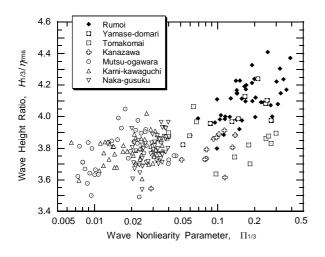


図 - 17 波高比 $H_{1/3}/\eta_{
m ms}$ と波の非線形性パラメータ $\Pi_{1/3}$ との関係

今回はカルデラ港 (平均値) および近時波浪観測データを加えて同様の整理をした結果を図 - 17 に示す。図

の横軸は , 式(14)で定義される波の非線形性パラメータ $\Pi_{1/3}$ である。

$$\Pi_{1/3} = (H_{1/3}/L_{_{A}}) \coth^{3}(2\pi h/L_{_{A}}) \tag{14}$$

ここに, L_A は微小振幅波理論(Airy)に基づく波長で,有義波周期を用いて計算している。このパラメータは,深海域では波形勾配 $H_{1/3}/L_A$ に等しく,浅海域ではアーセル数 $H_{1/3}L_A^2/(2\pi h)^3$ となる。このパラメータが大きいほど,波の非線形性が強いことを表す。

図 - 17から明らかなように , 非線形性パラメータ $\Pi_{1/3}$ が0.1程度以下の範囲では , 波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ がほぼ $3.5 \sim 4.1$ の範囲に分散している。しかし , $\Pi_{1/3}$ が0.1を超える領域では , 波の非線形性が強まるにつれて波高比が増大する傾向が明らである。

なお,不規則波の波高分布に及ぼす波の非線形性の影響については,Longuet-Higgins (1980), Tayfun (1983) その他の理論的研究がある。

6.スペクトル形状パラメータの影響力

(1) スペクトル形状パラメータの定義

これまでに述べたように,周波数スペクトルの帯域幅を表すパラメータ ε , ν のいずれも波高分布にほとんど影響力を発揮することがない。しかし,波高分布がスペクトル形状によって僅かながら影響を受けることは,図-11,13などの数値シミュレーションの結果から明らかである。

スペクトルの形状を表すパラメータとしては,既に Rice(1945)が次のようなものを提案している。

$$r^{2} = \rho^{2} + \lambda^{2}$$

$$\rho = \frac{1}{m_{0}} \int_{0}^{\infty} S(f) \cos 2\pi (f - \bar{f}) \tau df$$

$$\lambda = \frac{1}{m_{0}} \int_{0}^{\infty} S(f) \sin 2\pi (f - \bar{f}) \tau df$$
(15)

ここに , τ は遅れ時間であり , 平均周期に等しく設定される。Rice (1945) は不規則雑音の包絡線振幅の理論を導く際にこのパラメータを定義した。

この包絡線振幅の理論は,後にKimura (1980)によって波高の連長の理論に援用され,さらに Battjes・van Vledder (1984),Longuet-Higgins (1984) がそれを精密化している。

一方, Tayfun (1981) は波の山と谷が包絡線で定義され, その出現に時間差があるるところから, 両者の相関

時間を $\tau = \overline{T}/2$ としたときのパラメータrを用いた波高分布の理論式を誘導した。またパラメータrについては,スペクトル幅パラメータvによる近似式を示した。しかし,Forristall (1984)は近似式を使わずに,式(15)を直接に計算してパラメータの値を求めることを推奨している。そして,このパラメータを使うとTayfun (1981)の波高分布理論が現地波浪データに適合することを例証している。また,このパラメータが帯域幅よりもスペクトル形

出現確率を Rice (1945) の理論で求めた。そして, 遅れ

式(15)の定義式は,また式(16)のように書き表すことができる。この表記は,著者(1990)が先に波高の連長の理論を紹介する際に使用し,そのときには包絡波形相関パラメータと名付けた。しかし,ここでは Forristall (1984)のコメントを参考にしてスペクトル形状パラメータと呼ぶことにする。このパラメータは $0 \le \kappa(\overline{T}) \le 1$ の値をとり,スペクトルのピークが鋭く尖るときには1に近い値となり,白色雑音のように一様なスペクトル密度のときには0となる。

状をより適切に表示するとコメントしている。

$$\kappa(\overline{T})^{2} = \left| \frac{1}{m_{0}} \int_{0}^{\infty} S(f) \cos 2\pi (f - \overline{f}) \overline{T} df \right|^{2}$$

$$+ \left| \frac{1}{m_{0}} \int_{0}^{\infty} S(f) \sin 2\pi (f - \overline{f}) \overline{T} df \right|^{2}$$

$$= \left| \frac{1}{m_{0}} \int_{0}^{\infty} S(f) \cos 2\pi f \overline{T} df \right|^{2}$$

$$+ \left| \frac{1}{m_{0}} \int_{0}^{\infty} S(f) \sin 2\pi f \overline{T} df \right|^{2}$$

$$(16)$$

(2) 波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ に及ぼすスペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ の影響

これまでに紹介した数値シミュレーション波形における波高比 $H_{1/3}/\eta_{\rm rms}$ のデータをスペクトル形状パラメータ $\kappa(\overline{T})$ に対してプロットすると,図 - 18の結果が得られる。なお以下においては,平均周期 \overline{T} としてスペクトルモーメントから算定される式(4)の T_{01} を用いた結果を示す。この図には波高比 $H_{1/3}/\eta_{\rm rms}$ の平均値とその信頼区間(2シグマ限界)を示している。JONSWAP型とWallops型スペクトルは2000回のシミュレーションの平均値であるため,信頼区間の幅は極めて狭く,ここには示していない。

M型スペクトルの場合には図 - 1に示したようにスペクトルの形を大幅に変えているので,形状パラメータの値も $0.03 \sim 0.98$ と大幅に変化し,それに応じて波高比 $H_{1/2}/\eta_{ms}$ も滑らかに変化している。他のスペクトル関数

の結果も,D-3とD-4型スペクトルを除けば,共通の変化傾向を示しており,全体として波高比 $H_{1/3}/\eta_{mms}$ とスペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ の関係曲線(図の凡例のMean)を描くことが可能である。すなわち,波高比 $H_{1/3}/\eta_{mms}$ の値はスペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ によって規定されると言える。

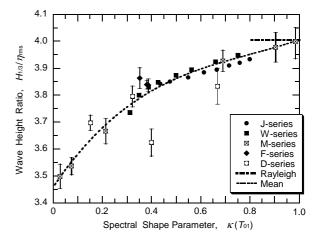


図 - 18 数値シミュレーションにおける波高比 $H_{1/3}/\eta_{
m ms}$ とパラメータ $\kappa(T_{01})$ との関係

図中の破線はシミュレーション結果に3次曲線を当て はめた経験的関係であり、次のように表示される。

$$H_{1/3}/\eta_{rms} = 3.459 + 1.353\kappa - 1.385\kappa^2 + 0.5786\kappa^3$$
 (17)

現地波浪観測データの場合に同様な整理をすると,図 - 19の結果が得られる。表 - 1に記載した早期波浪観測 データについては,スペクトル情報が保存されていない ため,形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ を算出することができず,ここでは記載していない。

平均値で示しているカルデラ港と酒田港のデータは数値シミュレーションで得られた関係曲線にほぼ乗っている(酒田港のデータは他港の記号に埋まっている)。個別のデータをプロットしているむつ小川原港を含む4港の場合にはデータの散らばりが大きいため,判断がむずかしい。しかし,高知港の長周期波のデータがスペクトル形状パラメータの値が小さく,波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ が3.2~3.7と小さくなっていることによって,全体としては数値シミュレーションで得られた波高比と形状パラメータの関係をほぼ裏付けている。

現地データのうち,風波とうねりの重畳によってスペクトルが二山形になっているものは,黒丸で示した。これらのデータは,他のデータ(単峰型スペクトル)よりも波高比が全体として小さくなっている。このスペクトル二山形の影響は図 - 12の名古屋港の現地データでも認められたところであり,何よりも図 - 18の数値シ

ミュレーションによる結果で明瞭に現れている。したがって,うねり成分が卓越する二山形スペクトルの場合には,波高比 $H_{1/3}/\eta_{mus}$ が若干低下すると言えよう。

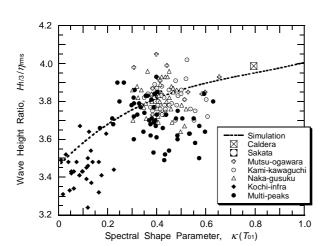


図 - 19 現地データにおける波高比 $H_{1/3}/\eta_{
m ms}$ とパラメータ κ (T_{01}) との関係

個別のデータのばらつきが大きいのは,母集団が同一条件であっても,不規則波の波形が具体化した標本ごとに異なる波形となり,有義波高等の統計量が変動するためである。たとえば,1回の記録から得られる有義波高は,記録中に100波含まれていたとすると約6%の変動係数を伴うと推定される(合田 1990,表 - 9.4参照)。波高比の平均を3.8とすると,この変動係数はデータ全体の約68%が波高比 $3.57 \sim 4.03$ の範囲に分布することを意味する。実際には $H_{1/3}$ に連動して η_{ms} も変化するため,データのばらつきはもう少し小さくなると考えられる。

なお,各港ごとの波高比および形状パラメータの平均値と標準偏差を表-3に記載する。むつ小川原港,上川口港,および中城港のケース数はいずれも単峰型スペクトルの場合であり,複数ピーク型スペクトルは観測地点を区別せずにまとめて記入してある。酒田港のデータについてはスペクトル形状を吟味していないけれども,日本海の冬季風浪であってうねりが混入していた可能性は少ない。したがって,単峰型スペクトルと考えられる。

同じデータを表 - 3 に示した港ごとの平均値と標準偏差を用い,2 シグマ限界の信頼区間のバー付きで表示したのが図 - 20 である。

単峰型スペクトル波浪の代表値として,表 - 3の酒田港から中城港までの4港の加重平均を用いると,スペクトル形状パラメータが κ = 0.42,波高比が $H_{1/3}/\eta_{ms}$ = 3.83となる。これに対して複数ピーク型スペクトルの場合には,形状パラメータが0.40とほぼ同一であっても,波高比は3.71と明らかに小さくなっている。また,スペクトル密度がほぼ一様な高知港の長周期波の場合には,

形状パラメータが0.10程度の非常に小さな値であり,波高比も $H_{1/3}/\eta_{\rm rms}$ =3.45と小さな値である。

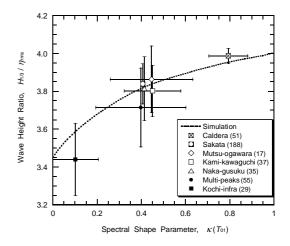


図 - 20 現地データにおける波高比 $H_{1/3}/\eta_{
m ms}$ とパラメータ κ (T_{01}) との関係 平均値および2シグマ限界表示

表 - 3 近時波浪データの平均値と標準偏差

観測地点	ケー ス数	3	ν	$\kappa(T_{01})$	$H_{1/3}/\eta_{ m ms}$
カルデラ 港	51	0.893 (0.018)	0.510 (0.054)	0.794 (0.044)	3.987 (0.020)
酒田港	188	0.817 (0.035)	0.478 (0.044)	0.407 (0.066)	3.839 (0.053)
む つ 小川原港	17	0.883 (0.045)	0.584 (0.127)	0.447 (0.093)	3.863 (0.088)
上川口港	37	0.855 (0.021)	0.498 (0.025)	0.451 (0.064)	3.802 (0.067)
中城港	35	0.903 (0.015)	0.561 (0.034)	0.414 (0.063)	3.814 (0.084)
複ピーク スペクトル	55	0.877 (0.055)	0.629 (0.130)	0.398 (0.102)	3.714 (0.104)
高知港 長周期波	29	0.669 (0.044)	0.556 (0.064)	0.102 (0.052)	3.446 (0.095)

注:上段は平均値,下段の括弧内は標準偏差

現在,長周期波の有義波高を推定する方法として,たとえば周波数スペクトルのうちで周期30秒以上に相当する部分のエネルギー m_{0L} を求め,これから

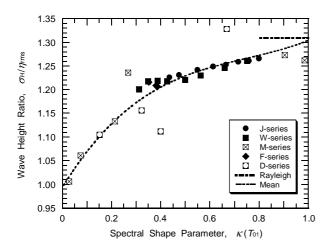
 $H_{1/3} = 4.0 \sqrt{m_{0L}}$ として算定することが多い。しかし,

高知港の長周期波の結果と比べると,この比例係数4.0 は明らかに過大であり,実際よりも平均で16%も大きく見積もっていることになる。

波のスペクトル形状が波高分布に及ぼす影響は,波高比 $H_{1/3}/\eta_{mns}$ よりも波高の標準偏差 σ_H に関する波高比 σ_H / η_{mns} のほうに強く現れる。図 - 21 は数値シミュレーションの結果を整理したものであり,波高の相対標準偏差 σ_H/η_{mns} がスペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ によってほぼ一義的に定まる状況を示している。ただし,D型の

二山形スペクトルの場合には全体の傾向から外れてケースが多く,またm=10のM型スペクトルは相対標準偏差がほかよりも大きいとの例外もある。

波高の相対標準偏差 $\sigma_H/\eta_{\rm rms}$ はレーリー分布の場合には1.309の値をとる。数値シミュレーション結果の多くが,これよりも波高の相対標準偏差が小さいことは,波高分布の幅が狭いことを意味しており,波高比 $H_{1/3}/\eta_{\rm rms}$ がレーリー分布の場合の4.004よりも小さいことに対応している。ただし,スペクトル形状パラメータの下限である $\kappa(T_{01})=0$ の場合には波高の相対標準偏差が $\sigma_H/\eta_{\rm rms}=1.0$ まで低下しており,レーリー分布の場合の76%である。有義波高の場合には $\kappa(T_{01})=0$ のときの波高比が $H_{1/3}/\eta_{\rm rms}=3.46$ とレーリー分布の場合の86%であったので,有義波高よりも標準偏差のほうがスペクトル形状に対する感受性が高いと言える。



なお,現地波浪観測データについては波高の標準偏差を算出していないため,波高の相対標準偏差 $\sigma_{\! H}/\eta_{\rm rms}$ とパラメータ $\kappa(T_{01})$ との関係を確認することができない。今後の検討課題の一つである。

(3) 周期分布に及ぼすスペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ の影響

スペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ は波高の分布のみならず,周期の分布にも影響を及ぼす。図 - 22は数値シミュレーションの波形について読み取った個別の周期の分布である。図 - 5~7の波高分布に対応するもので,度数分布を確率密度の形で表示している。

スペクトルのピークが鋭いm=20のM型スペクトルでは,周期の大半が $(0.8\sim1.2)T_p$ の範囲に集中しており,標準偏差も $\sigma_T=0.10T_p$ と小さい。風波を代表するm=5

のM型スペクトルでは周期の分布範囲が $(0.2 \sim 1.4)T_p$ に広がり,標準偏差が σ_T = $0.25T_p$ と大きくなる。うねりが卓越する α =25のD型では周期の分布が $0.7T_p$ および $2.3T_p$ の2箇所にピークのある二山形となり,標準偏差も σ_T = $0.73T_p$ と非常に大きなものである。

この周期の標準偏差を平均周期で除した変動係数をスペクトル形状パラメータに対してプロットすると、図 - 23の結果が得られる。D型スペクトルの2ケースを除外すると、周期の変動係数はスペクトル形状パラメータの増加につれて単調に減少している。したがって、少なくとも単峰型スペクトル波浪についてはスペクトル形状パラメータが周期分布の指標として有効と考えられる。

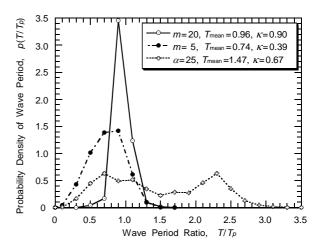


図 - 22 数値シミュレーションにおける周期の分布

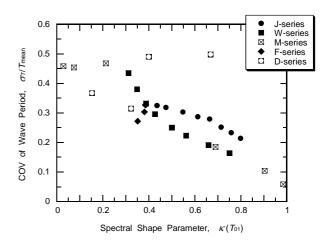


図 - 23 数値シミュレーションにおける周期の変動係数偏差 $\sigma_{\!T}/\overline{T}$ とパラメータ $\kappa(T_{01})$ との関係

なお,図-22に提示した周期の変動係数とスペクトル形状パラメータの関係を現地データで確認することも今後の検討課題である。

6.むすび

この論文では,個別の波高の分布に対す理論値として用いられるレーリー分布からのずれを示す指標として波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ を取り上げ,既往の数値シミュレーション結果や NOWPHAS その他の現地波浪観測データを用いて検討した。これによって明らかになった事項を列挙すると次の通りである。

- 1) 波の周波数スペクトルの帯域幅が広い場合でも, 波高比 $H_{1/3}/\eta_{ms}$ は $3.5 \sim 4.1$,平均で3.8程度の値を 示し,レーリー分布における4.004の値と5%程度 の差異しか示さない。
- 2) スペクトルの帯域幅の指標として用いられるスペクトル幅パラメータ ε および ν は個別波高の分布とは無関係である。
- 3)周波数スペクトルの0,2および4次モーメントによって定義されるスペクトル幅パラメータ εは,海の波については波形の読み取り時間間隔の関数であり,平均周期に対する相対読み取り間隔が増すにつれて上限値の1.0から単調に減少する。
- 4)個々波の波高分布を支配するのは,Rice (1945)が 包絡波形振幅のパラメータとして導入したスペクトル形状パラメータ $\kappa(\overline{T})$ である。このパラメータは,スペクトル密度が一様な場合にはほぼ0の値をとり,スペクトルのピークが鋭くなるにつれて1.0の上限値へ収束する。
- 5)波高比 $H_{1/3}/\eta_{\rm rms}$ はスペクトル形状パラメータが κ $(\overline{T})=1$ の上限値のときの4.004の値から, $\kappa(\overline{T})=1$ の下限値における3.46の値まで単調に減少する。ただし,個別の波形記録においては変動係数2%程度の幅でばらつく。
- 6) うねりと風波が重畳したような複数のピークを持つスペクトルにあっては,波高比 $H_{1/3}/\eta_{mns}$ の平均が3.71であり,単峰型の場合の平均3.83よりも3%程度小さい。
- 7) 長周期波の波形を再現して求めた有義波高は,高知港の観測事例では平均値として $H_{1/3}/\eta_{ms}$ = 3.45の値であり,スペクトルのエネルギーからレーリー分布を仮定して推定した値よりも14%ほど小さい。
- 8)波高分布のレーリー分布からのずれは,数値シミュレーションによれば有義波高よりも波高の標準偏差により明らかに現れる。
- 9) 単峰型スペクトルの場合には,周期の分布特性もスペクトル形状パラメータ $\kappa(\overline{T})$ が適切な指標であることが数値シミュレーションで確認された。

謝辞

本論文に使用したNOWPHASの波浪データは,港湾 空港技術研究所の海洋情報研究室から提供されたもので あり,室長永井紀彦博士のご厚意に感謝する次第である。

参考文献

- 沿岸センター (2004): 港内長周期波影響評価マニュアル,沿岸技術ライブラリー No. 21, (財)沿岸技術研究センター,86p.+ 付録A&B.
- 神戸調設 (2000): 平成11年度高知港船舶動揺検討調査報告書, 運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所・(財)沿岸開発 技術研究センター.
- 合田良実 (1985): 波浪の統計的性質に関する二,三の数値的 検討,港湾技術研究所報告,第24巻 第4号,pp.65-102.
- 合田良実 (1990):港湾構造物の耐波設計(増補改訂), 鹿島 出版会,333p.
- 合田良実·永井康平 (1974): 波浪の統計的性質に関する調査解析,港湾技術研究所報告,第13巻 第1号,pp.3-37.
- 合田良実・永井康平・伊藤正彦 (1971): 名古屋港における波浪 観測 第3報 現地波浪の回折現象ならびに統計的性質に ついて ,港湾技研資料 No.120,24p.
- Battjes, J, A. and van Vledder, G.Ph. (1984): Verification of Kimura's theory for wave group statistics, *Proc. 19th Int. Conf. Coastal Eng.*, Houston, ASCE, pp. 642-648.
- Cartwright, D.E. and Longuet-Higgins, M.S. (1956): The statistical distribution of the maxima of random function, *Proc. Roy. Soc. London*, **A. 237**, pp. 212-232.
- Forristall, G.Z. (1984): The distribution of measured and simulated wave heights as a function of spectral shape, *J. Geophy. Res.*, **89** (C6), pp. 10,547-10,552.
- Goda, Y. (1970): Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, **9**(3), pp. 3-57.
- Goda, Y. (1983): Analysis of wave grouping and spectra of long-travelled swell, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol. 22, No. 1, pp. 3-41.
- Goda, Y. (1983): A unified nonlinearity parameter of water waves, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol. 22, No. 3, pp. 3-30.
- Goda, Y. (1988): Statistical variability of sea state parameter as a function of wave spectrum, *Coastal Engineering in Japan*, JSCE, Vol. 13, No. 1, pp. 39-52.
- Kimura, A. (1980): Statistical properties of random wave groups, *Proc. 17th Int. Conf. Coastal Eng.*, Sydney, ASCE, pp. 2955-2973.

- Longuet-Higgins, M.S (1952): On the statistical distribution of sea waves, *J. Marine Res.*, **XI** (3), pp. 245-265.
- Longuet-Higgins, M.S (1975): On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves, *J. Geophys. Res.*, **80** (18), pp. 2688-2694.
- Longuet-Higgins, M.S. (1984): Statistical properties of wave groups in a random sea state, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **A312**, pp. 219-250.
- Rice, S.O. (1945): Mathematical analysis of random noises, reprinted in *Selected Papers on Noise and Stochastic Processes* (Dover Pub., 1954), pp. 132-294.
- Tayfun, M.A. (1981): Distribution of crest-to-trough wave heights, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng. Div.*, ASCE, **107** (WW3), pp. 149-158.

(以上)